# ミラー対称性と位相的頂点理論の統一

秦泉寺　雅夫［北海道大学大学院理学院数学専攻／講師］

## 背景・目的

位相的弦理論における代表的な2つの手法としてミラー対称性の理論と位相的頂点理論があるが、両者には長所と短所がある。本研究は、超弦理論の研究から生まれたこの2つの手法の幾何学的意味づけをはっきりさせることによって、両者の関係を明快に把握することを目標とする。そしてその応用として、両者の長所を融合した汎用性のある理論の構築を目指す。

## 内容・方法

ミラー対称性の理論は初めて発見されてから10年以上の歴史があり、その間の研究によってかなり広いクラスのケーラー多様体に対して適用できるようになったが、主としてその手法が強力なのは種数が0のリーマン面、つまり2次元球面からケーラー多様体への正則写像を扱うときである。この場合には、正則写像の次数について足し上げた結果を一気に求められるが、リーマン面の種数が0より大きい場合は煩雑な作業を要求される。一方位相的頂点の方法では、種数について足しあげた結果が一気に得られるが写像の次数については複雑な作業を要求される。ここで、この二つの手法の幾何学的意味を追求し、両手法が適用可能な例を詳細に見る事で、両者の関係を明らかにし、融合を図る。

## 結果・成果

今年度行った研究では、ミラー対称性の手法の深化と幾何学的意味の追求において大きな進展があった。ミラー対称性の手法は、もともとカラビーヤウ多様体と呼ばれるある種の平坦性を持つケーラー多様体に対して発見されたのだが、本研究代表者らによる研究により、より難しいと思われていた、一般型と呼ばれる負に曲がったケーラー多様体についても適用できるようになった。

ミラー対称性においては、位相的弦理論の相関関数を超幾何級数を出発点として、その級数にミラー変換と呼ばれる変数変換を施すことにより求めるが、一般型のケーラー多様体の場合は、超幾何級数にバーコフ分解と呼ばれる操作を施して得られる級数に、一般ミラー変換というより複雑な変数変換を行う必要がある。これらの操作は、一般にはかなり複雑である。

本研究代表者はBrian Forbes氏とともに、上記の手法をO(1)+O(−3)−＞P1という一般型のケーラー多様体の特徴を備えた複素3次元開カラビーヤウ多様体に対して適用することに成功した。また、この成果をさらに推し進め、O(1)+O(−3)−＞P1に対する位相的弦理論が、O(1)+O(−1)+O(−1)+O(−1)−＞P1という複素5次元開カラビーヤウ多様体に対する位相的弦理論と本質的に同じになることを発見し、計算過程を大幅に簡略化した。その結果、種数0の場合と種数1の場合の結果の閉じた表式を求めることに成功した。

また、一般ミラー変換に対する幾何学的考察においても大きな進展があった。一般ミラー変換とは、正則写像のモジュライ空間の2つの異なるコンパクト化の間を橋渡しする操作であると予想されるが、実は超幾何級数をバーコフ分解して得られる級数を、一方のコンパクト化であるトーリックコンパクト化の元での位相的弦理論の相関関数と解釈することにより、幾何学的解釈が明快になるのである。この着想はミラー対称性の手法の理論的側面について大きな進展を与えることが期待できる。

## 今後の展望

今年度は、ミラー対称性の手法の応用的側面と理論的側面の深化において成果が得られた。この進展により、高い種数の相関関数におけるミラー対称性の理論的側面の研究に大きな進展が期待できる。高い種数の場合のミラー対称性の幾何学的理論を完成させることによって、現在のところ幾何学的理論がある程度はっきりしている位相的頂点理論との比較が効率的に行われ、本研究の最終目標である両者の融合も具体化するであろう。