

## 「研究成果報告書」

平成 17 年度基盤的研究開発育成事業 共同研究補助金 自然科学、土木・建築工学

### 「冬期の路面管理を考慮した道路舗装の LCC 評価に関する研究」

研究代表者 内田 賢悦（北海道大学大学院工学研究科／助手）  
共同研究者 佐々木 恵一（函館工業高等専門学校／助教授）  
東本 靖史（日本データーサービス株式会社／主任）

#### はじめに

近年、公共の財政事情悪化から、公共施設のライフサイクルコスト (LCC) 評価に基づき、その建設・供用（維持管理を含み）・廃棄までを考えるマネジメントシステムの重要性が指摘されている。特に道路構造物に目を向けると、戦後の高度経済成長期に多くが建設されたため、50 年あまり経過した現在、更新時期を迎える構造物が多く存在する。

道路舗装の LCC 評価では、道路舗装の劣化修繕費用、維持管理費用、走行費用（舗装の劣化による燃費低下が寄与）、修繕作業に伴う交通遅延費用が用いられるのが一般的である。ここで、LCC 推計においては、対象とする道路リンクの交通需要が一定と仮定されていることが問題点として挙げられていた。

一方、北海道のような積雪寒冷地では、冬期の路面管理レベルが自動車の走行費用に及ぼす影響は、夏期の舗装劣化によるものと比較にならないほど大きい。したがって、積雪寒冷地における道路舗装の LCC 評価においては、冬期の路面管理も 1 つの制御変数として捉える必要があると考えられるが、これまでこのような試みはなされていない。本稿では、積雪寒冷地においては無視することができない冬期の路面管理を考慮した道路舗装の LCC 評価技術の開発を行った結果を報告するものである。

本報告は、4 部構成でまとめられている。第 1 部では、道路利用者の経路選択を考慮したネットワークレベルの道路舗装 LCC 評価手法の開発を行った研究を報告する。ここでは、上位問題として LCC の最小化問題、下位問題として道路舗装の劣化および修繕作業への道路利用者の反応を示す確定的利用者均衡 (DUE: Deterministic User Equilibrium) を有する、bi-level 問題として、問題の定式化を行い、テストネットワークを用いた解析も行っている。解法としては、遺伝的アルゴリズム (GA) をベースとしたものを適用している。

第 1 部で示した研究では、制約条件の非凸性から GA をベースとした解法を適用していたが、計算時間や解の収束性に問題が残されていた。問題の基本構成は第 1 部で示した研究と基本的に同一であるが、解析的な解法を適用可能な問題の再構成を行った研究を第 2 部では報告する。ここでは、道路利用者の経路選択行動をプロビット型確率的均衡 (PSUE: Probit Stochastic User Equilibrium) で表現しており、PSUE に対する感度分析を適用した解法を提案している。これにより、第 1 部で示した研究に残されていた計算時間と解の収束性に関する問題が解決された。

第 3 部では、第 2 部で報告した研究をさらに拡張し、冬期の路面管理問題も内生化した問題を取り扱った研究を報告する。ここでは、道路利用者は、路面劣化による走行費用の変化、凍結防止剤散布によって管理される冬期の路面状態および修繕作業に伴う交通容量の変化に対して経路選択を行うことを仮定している。LCC 最小化問題は、こうした道路利用者の反応をプロビット型 SUE によって表現し、この均衡制約を条件として LCC の最小化を行う Implicit Program として定式化している。

第 3 部で示した冬期の交通問題を扱うためには、冬期の交通容量を適切に推計する必要がある。第 4 部では、道路ネットワーク上に設置された感知器から得られるデータを用いた冬期交通容量の推定法を解説する。

## 第 1 部

経路選択行動を内生化した道路ネットワークにおける舗装の LCC 評価に関する研究, 土木学会論文集, Vol. 62, No. 1, pp. 157-166, 2006.

# 経路選択行動を内生化した道路ネットワーク における舗装のLCC評価に関する研究

内田賢悦<sup>1</sup>・加賀屋誠一<sup>2</sup>・佐々木恵一<sup>3</sup>・東本靖史<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 博（工） 北海道大学大学院工学研究科（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）  
E-mail:uchida@eng.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup>フェロー会員 学博 北海道大学公共政策大学院（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）  
E-mail:kagayas@eng.hokudai.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 博（工） 函館工業高等専門学校（〒042-8501 函館市戸倉町14-1）  
E-mail:sasaki@hakodate-ct.ac.jp

<sup>4</sup>正会員 修（工） 日本データサービス株式会社（〒065-0016 札幌市東区北16条東19丁目1-14）  
E-mail:yasu@ndsinc.co.jp

本研究では、道路利用者の経路選択行動を内生化した道路舗装のLCC評価手法を提案した。すなわち、1本または数本の道路区間を対象に行われてきた道路舗装のLCC評価手法を踏まえ、ネットワークレベルでの評価を念頭に、手法の拡張を行った。具体的には、上位問題としてLCCの最小化、下位問題として道路利用者の経路選択を表す利用者均衡配分、2つの段階から構成されるbi-level問題として定式化している。また、テストネットワークを対象とした、計算例を示した。その結果、経路選択行動を表現することにより、従来の手法では表現されない道路舗装の修繕作業に伴う交通混雑がLCCに与える影響を示すことができた。

**Key Words:** LCC, bi-level problem, user equilibrium assignment, GA

## 1. はじめに

近年、公共の財政事情悪化から、公共施設のライフサイクルコスト (LCC) 評価に基づき、その建設・供用（維持管理を含み）・廃棄までを考えるマネジメントシステムの重要性が指摘されている<sup>1)</sup>。特に道路構造物に目を向けると、戦後の高度経済成長期に多くが建設されたため、50年あまり経過した現在、更新時期を迎える構造物が多く存在する。道路構造物のLCC評価は、道路構造物としての橋梁、橋脚、トンネル、路盤、路床、舗装など、その全ての要素を総合的に捉える必要がある。中でも、道路舗装に関するLCC評価は、舗装マネジメントシステム (PMS: Pavement Management System) の一部として1960年代半ばからアメリカを中心に研究が進められ、研究の蓄積が図られてきた<sup>2)</sup>。

既存研究を概観すると、道路舗装のLCC評価では、道路舗装の劣化修繕費用、維持管理費用、走行費用（舗装の劣化による燃費低下が寄与）、修繕作業に伴う交通遅延費用が用いられるのが一般的である。ここで、LCC推計においては、対象とする道路リンクの交通需要が一定と仮定されていることが問題点として挙げられる。すなわち、当然想定される、舗装路面の劣化に対する道路

利用者の反応として捉えることが可能な、経路選択が表現されていない問題点がある。なぜなら、劣化の進んだ（極端な場合、砂利道に近いような）道路区間では走行費用の増大や振動などの不快感のため、他の経路を利用したり、ときには交通行動をとりやめること<sup>3)</sup>も考えられるためである。これまでは、舗装管理水準が高く設定されているため、こうした経路選択の影響はそれほど大きくはなかったかもしれないが、原油価格の高騰や公共の財政事情悪化が懸念される現在は、こうした影響も考えていく必要があると考えられる。また、路面劣化予測の不確実性がこうした経路選択の影響を卓越する可能性もあるが、大型車の経路選択を考えることによって、劣化予測における期待値的な指標は得られるものと考えられる。また、修繕作業に伴う交通容量低下による旅行時間の増加も道路利用者の経路選択行動に影響を与えることになる。こうした経路選択の影響は、他のリンク（一般的には道路ネットワーク全体）の交通量を変化させるため、道路ネットワークの経路選択行動に影響すると考えべきであろう。こうした考えに基づくと、ある道路区間の舗装劣化およびその修繕作業は、他の道路区間の交通量にも影響し、最終的には、効率性指標といえるネットワークレベルでの旅行時間が変化することになる。

問題をこのように捉えると、狭い意味での交通遅延費用ではなく、ネットワーク性能としての総旅行時間費用を LCC 評価に導入する必要がある。たとえば、道路利用者の経路選択を表現し、ネットワークの総旅行時間を考慮せず、ネットワーク上の特定道路区間を対象に LCC 評価を行う場合を考えてみよう。修繕作業を全くしないと劣化が進み、次第にその道路区間は利用されなくなる。そのため、評価対象とする道路区間では長期的には、修繕費用、交通遅延費用等を 0 とすることが可能となり、修繕しないことが LCC 最小化制御と判断されかねない（誰も利用しないので、修繕の必要がなく、そこでは遅延費用も発生しない）。ここで、道路ネットワークの視点からみた場合、その性能は大きく低下しており、それが道路利用者にユーザコストとして負担されていることを忘れてはならない。ここでは、交通行動を起こすことによって得られる便益は、常に交通費用よりも大きくなること前提に、総旅行時間費用のみを LCC 評価に導入することを想定しているが、一般的には交通便益も同時に考慮する必要がある。

そこで本研究では、道路利用者の経路選択を考慮したネットワークレベルの道路舗装 LCC 評価手法の提案を行う。具体的には、上位問題として LCC の最小化問題、下位問題として道路舗装の劣化および修繕作業への道路利用者の反応を示す利用者均衡配分を有する、bi-level 問題として、問題の定式化を行った。さらに、簡単なテストネットワークを用いた計算例を示している。

本研究の構成は、以下の通りである。第 2 章では、既存研究のレビューを行い、本研究の位置づけを明らかにする。第 3 章では、管理者費用と利用者費用に分類される LCC の費用関数の定式化を行う。第 4 章では、第 3 章で示した費用を用いて、LCC 最小化問題を道路利用者の経路選択を内生化した bi-level として定式化を行う。第 5 章では、テストネットワークを用いた計算例を示し、第 6 章では、研究のまとめと今後の展望について述べる。

## 2. 既存研究のレビュー

PMS において、はじめて実際に有効利用された LCC 評価システムは、たわみ性舗装設計システム (FPS: Flexible Pavement Design System) と舗装用システム解析手法 (SAMP: Systems Analysis Method for Pavements) とされる<sup>2)</sup>。FPS は、1969 年テキサス州道路部、テキサス輸送協会、テキサス大学から構成されるテキサス舗装研究会<sup>4)</sup>によって開発された。FPS では、道路舗装において可能性のある全ての設計が検討され、時間価値を考慮しながら LCC を最小化する最適な工法を求めることができる。一

方 SAMP は、Hudson らの研究チームより開発され<sup>5)</sup>、利用可能なインプットデータの中から、指定された最小限のサービス性能を確保し、指定された設計期間に最小限の LCC で維持しうる舗装方法を求めるものである。具体的には、新設施工、オーバーレイ計画、コスト削減に関するそれぞれの代替案に対し、最適な組み合わせを選択する。両システムともに、交通需要、交通制御を表現する簡単な交通モデルが導入されており、管理者費用だけでなく、利用者費用も考慮されているのが特徴である。

オンタリオ州舗装費用解析 (OPAC) は、カナダのオンタリオ州で開発され、舗装設計とそのマネジメントを同時に行うシステムである<sup>6)7)</sup>。OPAC では、たわみ性舗装に対する設計代替案に関するパフォーマンスと費用を比較し、LCC 最小で最も有効な舗装設計法およびマネジメント法を検討する。OPAC でも利用者費用が考慮されている。

ハイウェイ設計モデル (HDM: Highway Design and Maintenance Standards Model) は、世界銀行により開発され、実用的な PMS ツールとして多く用いられている<sup>8)</sup>。HDM では、高速道路建設費用、メンテナンス費用および利用者費用が考慮され、舗装強化、比較的小規模の幾何的改善、走行路面改善等における代替案の経済評価に適している。

これまでに述べたシステムは、プロジェクトベース、あるいは数本の道路区間を評価対象とするものであった。1980 年初期には、アリゾナ運輸部は効率的な予算配分を行うために、ネットワークにおける舗装マネジメントシステムの構築を行った<sup>9)</sup>。また、ミネソタ運輸局は、1980 年代中期にネットワークの舗装マネジメントシステムの開発を行っている<sup>10)</sup>。上記の 2 システムでは、最適化解析を駆使して LCC 評価を行う点が特徴として挙げられる。大都市運輸委員会舗装マネジメントシステム (MITCPMS) もネットワークレベルの舗装マネジメントのため開発されたものであるが、メンテナンスや修繕をいつ行うべきか、資金はいつ必要となるか等の判断材料を提供できる点が特徴として挙げられる。したがって、道路ネットワークの状態評価やメンテナンス工法と費用の決定に適しており、費用効果の高い修繕方法の検討が可能である<sup>11)</sup>。以上のシステムでは、ネットワークレベルでの LCC 評価を行うシステムと位置づけられる。

栗野ら<sup>12)</sup>、田村・小林<sup>13)</sup>は、舗装劣化の不確実性を考慮した最適修繕ルールを求める方法を提案している。ここでは、ファイナンス工学の手法を用いて道路舗装の劣化過程を表現し、最適修繕ルールを導いている。

以上の既存研究では、道路舗装の LCC 評価において、道路区間の交通量一定とするか、あるいは簡略化された交通解析を適用して、利用者費用が算定されている。ネ

ットワークでの評価を考えると、路面状態により道路利用者は経路を換えるものと考えられる。一方、こうした経路選択によって、リンクの劣化速度も変化すると考えられる。したがって、本研究で提案を行う道路利用者の経路選択を導入した LCC 評価では、従来の評価法では捉えることが困難であった修繕作業による混雑や劣化の影響を捉えることができるものと考えられる。

### 3. 費用の定式化

#### (1) LCC 推計における仮定

道路舗装の LCC は、建設費および後述する管理者費用、利用者費用および道路舗装の残存価値、それぞれを現在価値化した総和で表現されるものとする。管理者費用としては、修繕費用、維持管理費用を考える。ここで道路舗装の修繕作業には、打換、オーバーレイ、表面処理などが挙げられるが、本研究ではオーバーレイのみを考えることにする。すなわち、修繕工法の選択問題は扱わないことにし、すべての修繕はオーバーレイにより行われると仮定する。したがって、打換が必要となるレベルまで劣化が進むことはないとは仮定した議論を以下では進めることにする。本来であれば、4章で示す LCC 最小化問題では、オーバーレイが適用可能な劣化レベルに関する制約条件を付加する必要があるが、そうした条件は表現されていない。こうした制約の導入や修繕工法の選択を導入した分析も若干のモデル修正により可能になるものと考えられるが、本研究では分析の対象としない。一方、利用者費用としては、走行費用および旅行時間費用を考えることにする。さらに道路利用者は、路面劣化がもたらす振動による不快感も考慮すると考えられるが、旅行時間費用と走行費用のみを考慮して経路選択を行うものとし、経路選択は確定的利用者均衡配分によって表現する。ただし、道路利用者は道路容量が削減される修繕作業時、そのようなことが起こらない通常時、それぞれにおいて異なる経路選択を行うものと考えられる。そのため、走行費用と旅行時間費用は上述の 2 つの時期を区別して計算することにする。

#### (2) LCC に関係する費用

評価対象とする道路ネットワークを  $G(N, A)$  と表現する。ここで、 $N, A$  はそれぞれネットワークを構成するノードとリンクの集合であり、特にネットワーク内の任意のリンクを  $a \in A$  と表現する。また、1 年は修繕作業行う日数 ( $d$ ) と行わない日数 ( $365 - d$ ) に分けられるものとする。一般的に  $d$  は、ネットワーク修繕面積ベクトル  $\mathbf{s}$  によって表されると考えられる。ここで、修繕作業を行

う場合は、リンク  $a$  の修繕面積を  $s_a^r$  とした場合のネットワーク修繕面積ベクトル:

$$\mathbf{s} = (s_1^r, \dots, s_a^r, \dots) \equiv \mathbf{s}^r$$

で表現される。一方、修繕作業を行わない場合は、リンク  $a$  の修繕面積を  $s_a^0 (= 0)$  とした場合のネットワーク修繕面積ベクトル:

$$\mathbf{s} = (s_1^0, \dots, s_a^0, \dots) \equiv \mathbf{s}^0$$

で表現されるものとする。本研究では、以下に示す費用を対象に、道路舗装の LCC を考えていくことにする。ここで添え字  $r, 0$  は、それぞれ修繕作業期間とそれ以外の期間を示す記号である。

##### a) 修繕費用

一般的に、修繕面積が広くなると道路舗装の修繕単価が安くなる関係が存在する。リンク  $a$  の修繕費用 ( $f_a$ ) は、リンク  $a$  の修繕面積 ( $s_a^r$ ) の関数となることが想定され、本研究では姫野ら<sup>14)</sup>が提案する式(1)に示す関係で表現する。

$$f_a(s_a^r) = \frac{1.24 \cdot 10^9 s_a^r}{1 + 3.70 \cdot 10^2 \exp(5.44 \cdot 10^{-2} s_a^r)} \quad (1)$$

$f_a$ : リンク  $a$  の修繕費用 (yen/year).

$s_a^r$ : リンク  $a$  の修繕面積 ( $0 \text{ or } s_a^{\min} \leq s_a^r \leq S_a$ ) ( $10^3 \text{ m}^2$ ).

$s_a^{\min}$ : リンク  $a$  の最小修繕面積 ( $10^3 \text{ m}^2$ ).

$S_a$ : リンク  $a$  の面積 ( $10^3 \text{ m}^2$ ).

ここで、リンクの修繕面積は 0、あるいは、ある程度以上と想定している。これは、修繕作業が行われる場合、たとえば  $1 \text{ (m}^2\text{)}$  の修繕面積のように、計算上は可能であっても現実的ではない値を排除するため、所与の面積以上としている。

##### b) 維持管理費用

一般的に道路舗装の管理費用は、舗装の路面状態を示す MCI (Maintenance Control Index) によって規定される。舗装路面の劣化状態を表すものには、わだち掘れ量、ひび割れ率および縦断凹凸量があり、MCI はそれらを統合した指標であり、0 (最大に劣化した状態) から 10 (完全な路面状態) までの値をとる。リンク  $a$  の維持管理費用 ( $m_a$ ) は、リンク  $a$  の MCI 値 ( $MCI_a$ ) の関数となり、本研究では式(2)に示す関係で与える<sup>15)</sup>。

$$m_a(MCI_a) = 10^5 (180 - 18.8 MCI_a) S_a \quad (2)$$

$m_a$ : リンク  $a$  の維持管理費用 (yen/year).

$MCI_a$ : リンク  $a$  の MCI 値.

##### c) 走行費用

一般的に、リンクの走行費用はその MCI 値と走行速



度の関数として表現される。本研究では、参考文献<sup>15)</sup>の実測データ推計された走行速度毎の MCI 値と走行費用の関係を用い、これに対して重回帰分析を適用して得られた速度と MCI によって表現される走行費用関数を用いることにする ( $R^2=0.98$ )。本来ならば原データに対して重回帰分析を行う必要があるが、データ入手の困難性から上述の推計法を適用した。しかし、こうした方法による推計精度の低下は免れないものと考えられる。修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}(=\mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0)$  の時のリンク  $a$  の走行費用は、リンク  $a$  の MCI 値 ( $MCI_a$ ) と走行速度 ( $v_a^s$ ) の関数となり、式(3)で表現される。

$$dr_a^s(MCI_a, v_a^s) = \begin{cases} 32.58 - 1.828MCI_a + 0.117MCI_a^2 \\ -0.474v_a^s + 0.004(v_a^s)^2 \end{cases} l_a \quad \forall \mathbf{s} \in \{\mathbf{s}^r, \mathbf{s}^0\}, \forall a \quad (3)$$

$dr_a^s$ : 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}(=\mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0)$  の時のリンク  $a$  の走行費用 (yen/day/pcu).

$v_a^s$ : 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}(=\mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0)$  の時のリンク  $a$  の走行速度 (km/hr.).

$l_a$ : リンク  $a$  の延長 (km).

#### d) 旅行時間費用

修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^0$  の時のリンク  $a$  の旅行時間は、その場合のリンク  $a$  の配分交通量の関数となり、BPR 型関数を想定した場合、式(4)に示す関係で表現される。

$$tr_a^{s^0}(q_a(s^0)) = t_a^0 \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(s^0)}{C_a(s_a^0)} \right)^\beta \right\} = \left( \frac{l_a}{v_a^0} \right) \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(s^0)}{C_a(s_a^0)} \right)^\beta \right\} \quad (4)$$

$tr_a^{s^0}$ : 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^0$  の時のリンク  $a$  の旅行時間 (hr/day/pcu).

$q_a(s^0)$  (hr/day): 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^0$  の時のリンク  $a$  の配分交通量.

$C_a(s_a^0)$ : リンク  $a$  において、面積  $s_a^0$  の修繕作業をしているときの交通容量 (pcu/day).

$t_a^0$ : リンク  $a$  の自由走行時間 (hr.).

$v_a^0$ : リンク  $a$  の自由走行速度 (km/hr.).

$\alpha, \beta$ : パラメータ.

パラメータ  $\alpha, \beta$  は、実際には車両感知器データ (交通量と旅行時間) を用いた非線形回帰分析によって求めることができる (松井・山田<sup>16)</sup>). 同様に、修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^r$  の時のリンク  $a$  の旅行時間は、その場合のリンク  $a$  の配分交通量の関数となり、式(5)で表現される。

$$tr_a^{s^r}(q_a(s^r)) = \left( \frac{l_a}{v_a^0} \right) \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(s^r)}{C_a(s_a^r)} \right)^\beta \right\} \quad (5)$$

$tr_a^{s^r}(q_a(s^r))$ : 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^r$  の時のリンク  $a$  の旅行時間 (hr/day/pcu).

$q_a(s^r)$ : 修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}^r$  の時のリンク  $a$  の配分交通量 (pcu/day).

$C_a(s_a^r)$ : リンク  $a$  において、面積  $s_a^r$  の修繕作業をしているときの交通容量 (pcu/day).

旅行時間費用は、式(4)および式(5)に時間価値  $\tau$  (yen/hr.) を乗じることで得られる。

#### e) 残存価値

リンク  $a$  の残存価値 ( $sv_a$ ) は、清野・岳本<sup>17)</sup>の研究を参考に、MCI 値が 4 となるまでの減価分になるものと仮定すると、式(6)で表現される。

$$sv_a(MCI_a) = \max \left\{ 0, \frac{MCI_a - 4.0}{MCI_{\max} - 4.0} dp_a \right\} \quad (6)$$

where,

$$dp_a = \frac{V_a}{Y_a}$$

$sv_a$ : リンク  $a$  の残存価値.

$dp_a$ : リンク  $a$  の舗装に関する減価償却費 (yen/year).

$V_a$ : 建設時のリンク  $a$  の資産価値.

$Y_a$ : リンク  $a$  の償却年数.

$MCI_{\max}$ : MCI の最大値 (本研究では、既存研究を参考に 8.3 とした) .

MCI 値が 4 というのは、一般的にドライバーが不快感を感じずに走行できる下限値とされ、そこまで MCI が低下すると資産価値が 0 となると仮定した上で残存価値が決定されることになる。しかしながら、MCI が 4 という設定や、償却年数の設定等に関して適切な根拠があるわけではないため、適用に際してはこれらの点に留意した検討が必要と考えられる。

#### f) 一般化費用

これまで示した費用を用いると、リンク  $a$  の年間一般化利用者費用は、式(7)で表現される。

$$g_a(q_a(s^r), q_a(s^0)) = q_a(s^0) \left( D - d(s_a^r) \right) \left( \tau \cdot tr_a^{s^0} + dr_a^{s^0} \right) + q_a(s^r) d(s_a^r) \left( \tau \cdot tr_a^{s^r} + dr_a^{s^r} \right) \quad (7)$$

$g_a$ : リンク  $a$  の一般化利用者費用 (yen/year).

$d(s_a^r)$ : リンク  $a$  において面積  $s_a^r$  の修繕を行う場合に要する日数.

$D$ : 年間の日数 (365).

### (3) MCI 過程

MCI の過程は、一般的に大型車交通量の関数となることが知られている。本研究では、式(8)を初期値とする式(9)-(11)に示す関係で MCI 過程を表現する。

$$MCI_a(0) = MCI_{\max} \quad (8)$$

$$q_a^b(t) = \frac{d(s_a^r)q_a^b(s^r; t) + (D - d(s_a^r))q_a^b(s^0; t)}{D} \quad (9)$$

$$Mt_a(t) = MCI_a(t) - \Delta MCI_a(q_a^b(t)) \quad (10)$$

$$MCI_a(t+1) = \frac{s_a^r(t)MCI_{\max} + (S_a - s_a^r(t))Mt_a(t)}{S_a} \quad (11)$$

$q_a^b(s(t))$ :  $t$  年目に修繕  $s(=s^r \text{ or } s^0)$  を行ったときのリンク  $a$  の大型車日交通量 (large vehicles/day).

$q_a^b(t)$ :  $t$  年目におけるリンク  $a$  の大型車日平均交通量 (large vehicles/day).

$\Delta MCI_a(q_a^b(t))$ : リンク  $a$  の MCI に関する劣化速度 (MCI/year).

ここで、リンクの劣化速度がその大型車日平均交通量の関数となっていることに注意されたい。これは、MCI 過程についても道路利用者の経路選択が影響することを示している。また、式(11)に示される関係は、修繕された面積部分のみが MCI 最高値まで回復し、他の部分は  $\Delta MCI_a(q_a^b(t))$  の経年劣化することを示している。さらに修繕後のリンクの MCI 値は、面積に関する加重平均で表される。一般的に舗装の劣化は不確実性の影響が大きいため、このような確定的な推計値を適用するのは適切な方法ではないかもしれない。しかし本研究では、リンク  $a$  に関する不確実性の影響を形式的に  $u_a$  と表現し、それが式(12)に示す条件を満たすことを仮定する。

$$\frac{dMCI_a(t+1)}{ds^r(t)} > u_a \quad (12)$$

$$\frac{dMCI_a(t+1)}{ds^r(t)} \equiv \frac{\partial MCI_a(t+1)}{\partial Mt_a(t)} \frac{\partial Mt_a(t)}{\partial q_a^b(t)} \frac{\partial q_a^b(t)}{\partial q_a^b(s^r(t))} \quad (13)$$

$$\frac{\partial q_a^b(s^r(t))}{\partial s^r(t)} + \frac{\partial MCI_a(t+1)}{\partial s^r(t)} \quad \forall a, \forall t$$

式(13)の左辺第 1 項は、修繕作業による交通容量低下が翌年の MCI に及ぼす影響を大型車日平均交通量の変化を通して表現しており、第 2 項は、修繕作業が翌年の MCI 値に直接及ぼす影響を表現している。すなわち、修繕作業が MCI に及ぼす影響が不確実性の影響よりも大きいと仮定している。この条件が成立するとき、劣化の不確実性を考慮した場合であっても、本研究の考え方を適用する意義はある。

清野・岳本<sup>17)</sup>の研究では、大型車日交通量が  $D$  交通、すなわち 3,000 (large vehicles/day) 以上の場合、MCI は年平均で約 0.3 低下することを実データより導いている。本研究では、分析を簡単にするため大型車日交通量が 3,000 (large vehicles/day) 以上のとき 0.3, 0 (large vehicles/day) のとき 0 (自然劣化なし) だけ、1 年間に MCI が低下するものとし、その間の交通量に対する劣化は線形補間により求めることにした。不確実性の影響は大きいので、MCI を確定的に与えるのは適切とはいえないが、本研究では不確実性の影響を考慮することに主眼を置いてなく、さらに式(12)に示す条件を仮定した上で、これを考慮しない。

## 4. ネットワークレベルの LCC 最小化問題の定式化

一般的に、LCC 最小化問題は MCI (Maintenance Control Index) 制御問題として表現される。しかし実際には、修繕作業に予算制約があるため、修繕面積ベクトルを制御変数として扱う方が都合が良い。ここでは、道路舗装の LCC 最小化問題を上位問題として修繕面積ベクトルを制御変数とする LCC の最小化、下位問題として制御変数への道路利用者の反応を表現する利用者均衡配分とし、以下に示す bi-level 問題として定式化する。

Upper level:

[Problem for LCC Minimization: PLM]

$$\min_{s^r(t)} LCC = C_0 + \sum_{t=1}^{T-1} \frac{C_t(\mathbf{MCI}_t, \mathbf{s}^r(t))}{(1+r)^t} - \frac{\sum_{a \in A} s v_a(MCI_a(T))}{(1+t)^T} \quad (14)$$

w.r.t.

$$\mathbf{s}^r(t) = (s_1^r(t), \dots, s_a^r(t), \dots) \quad \forall t$$

s.t.

$$C_t(\mathbf{MCI}_t, \mathbf{s}^r(t)) = \sum_{a \in A} \left[ \frac{f_a(t) + m_a(t)}{+ g_a(q_a(s^r(t)), q_a(s^0(t)))} \right] \quad \forall t \quad (15)$$

$$s_a^r(t) = 0 \text{ or } s_a^{\min} \leq s_a^r(t) < S_a \quad \forall a, \forall t \quad (16)$$

$$\sum_{a \in A} f_a(t) \leq F \quad \forall t \quad (17)$$

where,

$\mathbf{MCI}_t = (MCI_1(t), \dots, MCI_a(t), \dots)$

$C_0$ : 建設費.

$C_t(\mathbf{MCI}_t, \mathbf{s}^r(t))$ :  $t$  年目の管理費用と利用者費用の和.

$r$ : 割引率.

$F$ : 修繕費に関する予算制約 (yen/year).

$T$ : 評価期間.

Lower level:

ただし  $\mathbf{q}(\mathbf{s}^r(t)), \mathbf{q}(\mathbf{s}^0(t)) \forall t$  は、それぞれ以下に示す 2 つの利用者均衡配分の解である.

[Problem for period during Repair Works: PRW]

$$\min_{\mathbf{q}(\mathbf{s}^r(t))} Z_{\mathbf{s}^r} = \sum_{a \in A} \int_0^{q_a(\mathbf{s}^r(t))} t_a(w) dw \quad \forall t \quad (18)$$

w.r.t.

$$\mathbf{q}(\mathbf{s}^r(t)) = (q_1(\mathbf{s}^r(t)), \dots, q_a(\mathbf{s}^r(t)), \dots) \quad \forall t$$

s.t.

$$q_a(\mathbf{s}^r(t)) = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k(\mathbf{s}^r(t)) \delta_{rs}^{a,k}(\mathbf{s}^r(t)) \quad \forall t \quad \forall a \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k(\mathbf{s}^r(t)) = f_{rs} \quad \forall t \quad \forall rs \quad (20)$$

$$f_{rs}^k(\mathbf{s}^r(t)) \geq 0 \quad \forall t \quad \forall rs \quad \forall k \quad (21)$$

[Problem for Usual Condition: PUC]

$$\min_{\mathbf{q}(\mathbf{s}^0(t))} Z_{\mathbf{s}^0} = \sum_{a \in A} \int_0^{q_a(\mathbf{s}^0(t))} t_a(w) dw \quad \forall t \quad (22)$$

w.r.t.

$$\mathbf{q}(\mathbf{s}^0(t)) = (q_1(\mathbf{s}^0(t)), \dots, q_a(\mathbf{s}^0(t)), \dots) \quad \forall t$$

s.t.

$$q_a(\mathbf{s}^0(t)) = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k(\mathbf{s}^0(t)) \delta_{rs}^{a,k}(\mathbf{s}^0(t)) \quad \forall t \quad \forall a \quad (23)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k(\mathbf{s}^0(t)) = f_{rs} \quad \forall t \quad \forall rs \quad (24)$$

$$f_{rs}^k(\mathbf{s}^0(t)) \geq 0 \quad \forall t \quad \forall rs \quad \forall k \quad (25)$$

where,

$f_{rs}$ : OD ペア  $rs$  間の需要交通量 (pcu/day).

$f_{rs}^k(\mathbf{s}(t))$ :  $t$  年目に修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}(=\mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0)$  であるとき、OD ペア  $rs$  間の  $k$  番目経路の配分交通量 (pcu/day).

$\delta_{rs}^{a,k}(\mathbf{s}(t))$ :  $t$  年目に修繕面積ベクトルが  $\mathbf{s}(=\mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0)$  であるとき、OD ペア  $rs$  間の  $k$  番目経路にリンク  $a$  が含まれれば 1, そうでなければ 0 をとる変数.

$K_{rs}$ : OD ペア  $rs$  間の経路集合.

リンク  $a$  の一般化時間関数 (hr/day/pcu) は、式(26)で表現される.

$$t_a(q_a(\mathbf{s}(t)); dr_a^s(t)) = tr_a^s(q_a(\mathbf{s}(t))) + \frac{dr_a^s(t)}{\tau} \quad (26)$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^r \text{ or } \mathbf{s}^0 \quad \forall t \quad \forall a$$

ここでリンク  $a$  の大型車混入率  $m_a$  である場合、その大型車日平均交通量は、式(27)で与えられる.

$$q_a^b(t) = \frac{ds_a(s_a^r(t))m_a q_a(s^r(t)) + (D - ds_a(s_a^r(t)))m_a q_a(s^0(t))}{D} \quad \forall t, \forall a \quad (27)$$

先述のように、上位問題の LCC 最小化問題 (PLM) は、建設費、管理者費用、利用者費用および道路舗装の残存価値、それぞれを現在価値化した総和の最小化を目的とする修繕面積ベクトルを求める問題である. 一方、下位問題の利用者均衡は、修繕作業時 (PRW)、通常時 (PUC) それぞれにおける MCI 値と交通容量の変化に対する反応 (経路選択) を示すものである. 利用者均衡によって得られる交通状況では、道路利用者が自己の一般化時間を最小化する経路を選択することを繰り返した結果、どの道路利用者也経路を変更することによって、自己の一般化時間を小さくすることはできない. ライフサイクル  $T$  の設定については、信頼できる予測期間を超えないことが重要であり、交通要因に関して 20 年、その他の要因に関しては 30 年が上限とする報告もある<sup>2)</sup>. 上記の定式化では  $T$  期以降の利用者費用を無視して残存価値のみで評価しているため、その点では問題があるといわざるを得ない. しかしながら、 $T$  期以降の利用者費用を適切に評価するのは難しいという考えから、残存価値のみを導入した定式化としている.

式(16)は修繕面積に関する制約条件であり、 $t$  年目にリンク  $a$  を修繕するかどうか、また修繕する場合、一定面積以上の修繕量を決定しなければならないことを示している. 修繕するタイミングと修繕量を LCC 最小化という視点で決定する構造となっている. また、式(17)は年間の修繕費用に関する予算制約を示している.

LCC 最小化問題では、式(27)によって簡略的に大型車交通量の影響を考慮している. しかしながら、MCI の劣化過程は大型車交通量の影響が支配的であり、また乗用車と大型車の時間価値の違い等により、両者の経路選択特性は異なる. さらには、互いの交通量の影響も経路選択に影響することになる. 以上を踏まえると、車種別配分を適用し、大型車の経路選択を制御する問題として定式化するのが道路舗装の修繕政策を考える上でも生産的であると考えられる. また、ネットワークの階層性を考えた場合、リンク単位よりも経路単位での修繕計画の方が実際の修繕政策を考える上で有用と考えられる. 以上の 2 点は、実際問題への適用を考える上で解決されなければならない重要課題であるため、今後さらに研究を進めていく必要がある.

以上で示した LCC 最小化問題において、下位問題の利用者均衡は、修繕面積ベクトルを所与とした場合、効率的な解法が開発されている問題である. 一方、LCC 最小化問題に着目すると、式(14)で示される目的関数が制御変数に関して微分可能ではない. これは、下位問題を



規定する確定的利用者均衡の均衡フローが制御変数に対して微分可能となっていないためである。ただし、確率的利用者均衡を前提とした場合は、この限りではない（この詳細な議論は参考文献<sup>18)</sup> 第3章のリンクコスト関数と経路コスト関数の微分可能性に関する記述を参照されたい）。さらに、式(16)に示した制約条件も凸集合とはなっていない。したがって、この問題は目的関数の勾配情報を用いるような標準的な非線形最適化問題に対する解法は適用できない。そこで本研究では、GA を適用して LCC 最小化問題を解くこととした。

## 5. 計算例

図-1 に示す 8 個のノード、10 本のリンク（矢印の左側のアルファベットがリンク識別子である）から構成されるテストネットワークを対象に LCC 評価を行った。各リンク特性は全て等しく、延長 1.0 (km), 自由走行速度 60 (km/hr), 交通容量 20,000 (pcu/day), 総面積 6,000 (m<sup>2</sup>) と仮定している。BPR 関数のパラメータ値( $\alpha, \beta$ )は、(0.48, 2.82)とした。ネットワークに与えた OD 交通量を表-1 に示す。

また、各リンク最小修繕面積、舗装に関する減価償却費は、それぞれ 1,000 (m<sup>2</sup>), 1.0 (million yen/year) と設定した。旅行時間費用に関係する時間価値は、第 11 次五箇年計画による乗用車を対象とした値を参考に、53.12×60 (yen/hr) とした。LCC の目的関数に含まれる建設費は、直接問題に影響しないため考慮しないことにした。ただし、建設費が MCI 過程に影響することも十分考えられるため、その場合は計算に導入する必要がある。MCI 過程に関係する大型車交通量は、一律リンクの配分交通量の 10 (%) と仮定した。また、修繕費用に関する制約に関しては、同じ年に同時に修繕できるリンクが 3 本までとなるように設定している。ここで、修繕にかかる日数は面積に関わらず一定の 7 日間とし、その間のリンク交通量は通常時の半分まで低下することを想定している。最後に、費用を現在価値に換算するための割引率は 4.0 (%) とし、評価年数を 40 (years) として計算を行うことにする。

図-2 は、上述した条件の下 LCC 最小化問題を解いたときの、各リンクの修繕計画（面積表示）を示している。図-2 より、式(4.3)に示した制約条件に関わらず、修繕を行う場合はリンク全体の修繕を行うことが最適となる。これは、修繕を行う場合、修繕面積に関わらずそれに要する日数が 7 日と設定されており、それに伴う交通量の低下による混雑が影響しているものと考えられる。本研究では、修繕すると決定した場合、その

面積に関わらず一定期間（本研究では 7 日間）は交通容量が半減すると仮定している。その結果、修繕期間に混雑による旅行時間費用の増大が起こることを考えると、修繕期間長に関わらず全面積の修繕を行うことが望ましいことが推察される。ここで、混雑は一般的に式(4)（または式(5)）の  $q_a/C_a$ （交通量/交通容量）を用いて表現され、これは混雑度と呼ばれている。ここで用いた例では、修繕作業に伴う混雑の影響を考えると、少ない面積の修繕を多数回行うよりも、面積を大きくして修繕回数を減らすことが効率的であると計算されたことになる。ただし、一般的には修繕日数は修繕面積に比例すると考えられ、この場合はこの限りではない。このことは、修繕作業によって発生する旅行時間費用、修繕費用の増大と MCI が低下することによる維持管理費用、走行費用の増大のトレードオフによって修繕計画が決定され、さらに修繕日数の設定が旅行時間費用に影響することから推察される。表-2 は、修繕作業時の各リンク平均交通量とその標準偏差を示している。これから、リンク  $a, b, h, j$  以外の修繕作業によって経路選択の影響を受けるリンクにおいて、交通量にばらつきが観察され、修繕作業による交通容量低下の影響が窺える。修繕作業を行わない場

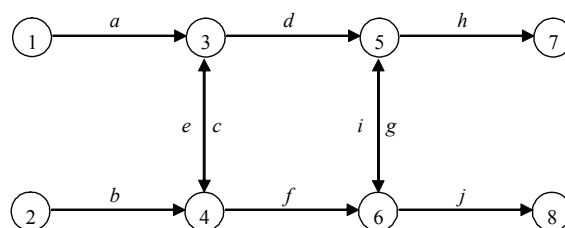


図-1 テストネットワーク

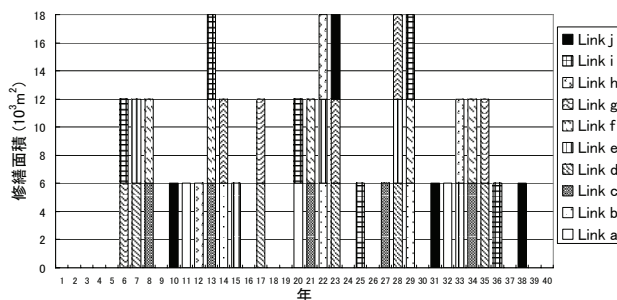


図-2 最適修繕計画（面積表示，交通規制なし）

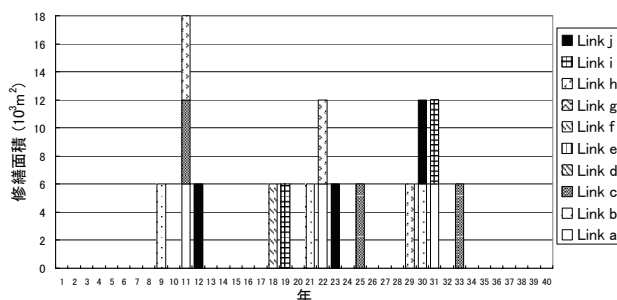


図-3 最適修繕計画（面積表示，交通規制あり）

表-1 OD 交通量

from→to	traffic volume (pcu/day)
1→8	30,000
2→7	30,000

表-2 配分交通量 (修繕作業時)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
平均 (10 <sup>2</sup> pcu/day)	300	300	151	300	151	300	149	300	149	300
標準偏差	0.00	0.00	31.7	47.1	27.9	47.1	31.7	0.00	27.9	0.00

表-3 修繕回数 (交通規制なし)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
修繕回数	3	3	5	5	5	5	6	3	6	4

表-4 修繕回数 (交通規制あり)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
修繕回数	3	3	3	0	0	1	0	3	3	3

合、リンク交通量の平均は表-2 に示した結果とほぼ同様であるが、標準偏差は修繕作業時のものと比較すると十分に小さくなり、MCI に対する経路選択の影響は、修繕作業に対する影響より小さいことが示された。

表-3 にリンク別の修繕回数を示す。この表から、リンク *a*, *b*, *h* および *j* の修繕回数が他のリンクと比較して少ないことがわかる。これらのリンクは、ネットワークとその OD 交通量の関係から道路利用者の経路選択に関係なく、全て 30,000 (pcu/day) の交通量を分担する。これを踏まえると、その他のリンクで修繕作業を行ったとしても、道路利用者の経路選択により旅行時間費用の増大はある程度緩和されるが、リンク *a*, *b*, *h* および *j* ではこうした調整が起これないため、旅行時間費用の増大の影響が大きい。これが修繕回数の違いをもたらした原因と考えられる。また、ネットワーク形状と OD 交通量が対称であっても、たとえばリンク *h* と *j* のように、修繕のタイミングや回数が異なっていることがわかる。これは、同時に修繕するリンクの本数によって旅行時間費用が決定されるため、修繕による効果が等しいリンクであっても、必ずしも同時に修繕することが最適とはならないことを示唆する結果である可能性がある。しかし現段階では、この可能性を証明する十分な根拠がないため、この点については、今後さらに検討を進めていく必要がある。

図-3 は、図-1 に示したネットワークにおいて、ノード番号ベースで 3→5→6 および 2→4→3 の転回を規制した場合の修繕計画を示している。これらの規制により、道路利用者は経路選択の余地がなくなり、その結果、リ

ンク *f* は常に 60,000 (pcu/day) の交通量を分担し、一方、リンク *d*, *e*, *g* は交通量を全く分担することはない。図-3 から、交通をまったく分担しないリンク *d*, *e*, *g* は、修繕されないという妥当な結果が得られた。これは、これらのリンクは利用されないため、利用者費用が発生しないためである。さらに、交通規制がない場合と同様に、修繕を行う場合はリンク全体を対象とすることが効率的と判断された。

表-4 にリンク別の修繕回数を示す。この表より、常に 60,000 (pcu/day) の交通量を分担するリンク *f* は修繕回数が 1 回で、リンク *d*, *e*, *g* 以外のリンクは修繕回数が 3 回となっている。これは、リンク *f* では分担交通量が多く、その修繕作業による混雑の影響の方が大きいいため、修繕回数に差が出たものと考えられる。また、交通規制なしの総修繕回数が 45 回であるのに対し、交通規制がある場合は 19 回となり、大きな違いが現れた。これは、ネットワークにおける修繕による混雑影響の大きさの違いによるものである。

以上の分析から、道路舗装の LCC 評価において経路選択を考慮する場合、経路選択の対象となるリンクとそうでないリンクにおいて、修繕方法に違いがあることが示された。この違いは、修繕作業による交通混雑の影響が異なるためであることも明らかになった。また、修繕による混雑の影響が異なるネットワークにおいても、修繕方法に大きな違いがあることが示された。一方、利用されないリンクへの修繕は行わないという、妥当な結果も得られた。

## 6. まとめ

本研究では、道路利用者の経路選択を内生化した道路舗装の LCC 最小化問題をネットワークレベルでの評価を前提に定式化を行った。問題は、上位問題として LCC の最小化、下位問題として道路利用者の経路選択を示す利用者均衡を有する bi-level 問題として表現される。ネットワークレベルでの評価、道路利用者の経路選択の内生化の 2 点が本研究の成果として挙げられる。現在、ITS 技術の進展から考えても、修繕作業時の交通容量低下は、道路利用者に情報として伝えることは可能であり、道路利用者は、それに対し経路変更を行うことは、容易に予想される。本研究で提案した方法は、こうした状況を踏まえた、道路舗装に関する LCC 評価法と位置づけることができる。しかし、本研究で示した結果は簡単なテストネットワークを対象とした一例であり、これから得られた知見はただちに一般化できるものではないと考えられる。したがって、さまざまな形状のネットワーク

への適用計算を今後重ね、分析結果の蓄積を図る必要がある。

一方、LCC最小化において、本研究では目的関数の微分可能性と制約条件の凸性の問題から、GAを解法として適用している。本研究でとりあげた問題であっても、ネットワークのリンク数が10、評価期間が40 (years) となっており、未知変数が400となる大規模な問題である。GAを適用して最適解を得るためには、ここで示した簡単なネットワークであっても、計算負荷が大きいことは否定できない。ここで示した例であっても、最適解が得られるまで十数時間の計算時間を要し、実問題を解くような実用段階に達した技術ではない。しかし、得られた知見から、各リンクに着目した場合、ある年に修繕するかどうかの2値問題に簡略化できる可能性がある。この場合、大幅な計算負荷の軽減が可能になると考えられる。また、下位問題を確率的利用者均衡により表現するImplicit Program<sup>19)</sup>としてもLCC最小化問題を定式化可能であり、この場合、目的関数の微分可能性の問題は克服できる。さらに、Dynamic Programmingの考え方を導入した効率的なアルゴリズムの開発も考えられる。以上の3点は、大規模ネットワークで計算を可能とする手掛かりになると考えられる。これらについては、今後さらに研究を進めていく所存である。

**謝辞：**本研究は、著者ら（内田賢悦、佐々木恵一、東本靖史）が平成17年度ノーステック財団の研究開発助成事業（共同研究補助金、研究代表：内田賢悦）の援助を受けて行われたものである。ここに記して、深謝いたします。

## 参考文献

- 1) 伊藤義人、鈴木達：橋梁用防護柵の性能照査型統合設計システム、土木学会論文集、No.731/I-63, pp.353-366, 2003.
- 2) 北海道土木技術会舗装研究委員会：最新舗装マネジメント、2000.
- 3) 内田賢悦、加賀屋誠一、高橋尚人、萩原亨：交通行動の中止を考慮した災害時における交通ネットワークモデルに関する研究、土木学会論文集、No.779/IV-66, pp.1-10, 2005.
- 4) Hudson, W. R., McCullough, B. F., Scrivner, F. H., and Brown, J. L.: A Systems Approach Applied to Pavement Design and Research, Research Report 123-1, Center for Highway Research, University of Texas at Austin, 1970.
- 5) Hudson, W. R., Finn, F. N., McCullough, B. F., Nair, K., Vallerga, B. A. :

- Systems Approach to Pavement Design System Formulation, Performance Definition, and Material Characterization, Final Report, NCHRP Project 1-10, 1968.
- 6) Junk, F. W., Kher, R. K., and Phang, W. A.: OPAC, A Performance Prediction Subsystem, Flexible Pavement, Research Report 200, Ontario Ministry of Transportation and Communications, 1970.
  - 7) Kher, R. K., Phang, W. A.: OPAC, Economic Analysis Elements, Research Report 201, Ontario Ministry of Transportation and Communications, 1974.
  - 8) Watanatada, T., Haral, C. G., Paterson, W. D. O., Dhareshwer, A. M., Bhandari, A., and Tsunokawa, K.: The Highway Design and Maintenance Model: Description of the HDM-III Model, The Highway Design and Maintenance Standards Series, Volume I and II, World Bank, Transportation Department, Washington, D. C., 1987.
  - 9) Kulkarni, R. G., Golabi, K., Finn, F., and Alvit, E.: Development of a Network Optimization System, Woodward-Clyde Consultants, San Francisco, 1980.
  - 10) Hill, H., Haas, R. C. G.: Module E: Multi-year Prioritization, Development for FHWA Advanced Course on Pavement Management Systems, 1990.
  - 11) Smith, R. E., Darter, M. I., Shahin, M. Y., and Carpenter, S. H.: A Comprehensive Ranking System for Local Agency Pavement Management, Transportation Research Record 1123, TRB, 1988.
  - 12) 栗野盛光, 小林潔司, 渡辺晴彦：不確実性下における道路舗装の最適補修ルール, 土木学会論文集, No.667/IV-50, pp.1-14, 2001.
  - 13) 田村謙介, 小林潔司：不確実性下における道路舗装の最適補修投資ルール, 土木計画学論文集, No.18(1), pp.97-107, 2001.
  - 14) 姫野賢治, 弓削富司夫, 石谷雅彦, 亀山修一, 笠原篤：支持力を考慮に入れた舗装の維持修繕計画の最適化, 第2回舗装工学講演会講演論文集, pp.17-22, 1997.
  - 15) 建設省：舗装の管理水準と維持修繕工法に関する総合的研究, 第41回建設省技術研究会報告, 1987.
  - 16) 松井寛, 山田周治：道路交通センサスデータに基づくBPR関数の設定, 交通工学, Vol. 33, No. 6, pp. 99-107, 1989.
  - 17) 清野昌貴, 岳本秀人：ライフサイクルコストを考慮した舗装の最適管理水準の検討, 北海道開発土木研究所月報 No.622, pp.31-38, 2005.
  - 18) Patriksson, M., Rockafellar, R.T.: A Mathematical Model and Descent Algorithm for Bilevel Traffic Management, *Transportation Science*, Vol.36, No.3, pp.271-291, 2002.
  - 19) Uchida, K., Sumalee, A., Watling, D., and Connors, R.: A Study on Optimal Frequency Design Problem for Multi-modal Network using Probit-based User Equilibrium Assignment, Transportation Research Board 83rd Annual Meeting January 9-13, Washington, D.C., CD-ROM No. 05-1562, 2005.

(2005.4.12 受付)

# A STUDY ON LCC EVALUATION METHOD FOR PAVEMENTS IN ROAD NETWORK CONSIDERING DRIVERS' ROUTE CHOICES

Kenetsu UCHIDA, Seiichi KAGAYA, Keiichi SASAKI and Yasushi HIGASHIMOTO

A method for evaluating LCC of pavements considering drivers' route choice behaviors is proposed in this study. Extension of existing models, which can deal with one link or a few links, to new one that can deal with road network as a whole and drivers' route choices, is carried out. LCC minimization problem is formulated as a bi-level problem in which two problems, i.e. LCC minimization as upper level problem, and user equilibrium assignment expressing drivers' route choices as lower level problem, are included. A simple numerical example is also presented. This example shows the effect from traffic congestions brought by repair works on LCC which can not be considered in the existing models.



## 第 2 部

A Study on Development of the Life Cycle Cost Evaluation Model for Pavements Considering Drivers' Route Choices, No. 06-1037, Transportation Research Board 85th Annual Meeting January 22-26, 2006, Washington, D.C.

# **A Study on Development of the Life Cycle Cost Evaluation Model for Pavements Considering Drivers' Route Choices**

Kenetsu Uchida  
Research Associate, PhD  
Transportation and Traffic Systems  
Graduate School of Engineering, Hokkaido University  
Kita-13, Nishi-8, Kita-Ku, Sapporo 060-8628, Japan  
Tel: +81-11-706-6211  
Fax: +81-11-706-6214  
E-mail: uchida@eng.hokudai.ac.jp

Seiichi Kagaya  
Professor, PhD  
Hokkaido University Public Policy School  
Kita-13, Nishi-8, Kita-Ku, Sapporo 060-8628, Japan  
Tel: +81-11-706-6210  
Fax: +81-11-706-6214  
E-mail: kagayas@eng.hokudai.ac.jp

Submission Date: November 4th, 2005.  
Words count: 5484 + 3 Tables + 5 Figures = 7484 words.  
A table (or a figure) is equivalent to 250 words.

## **A Study on Development of the Life Cycle Cost Evaluation Model for Pavements Considering Drivers' Route Choices**

**K. UCHIDA<sup>\*</sup>, S. KAGAYA<sup>\*\*</sup>**

<sup>\*</sup>Graduate School of Hokkaido University

<sup>\*\*</sup> Hokkaido University Public Policy School

**Abstract.** The model for evaluating Life Cycle Cost (LCC) for pavements considering both driver's route choice behavior and repair work is proposed in this study. It is assumed that drivers will change their route choices due to both the change in driving cost brought by the deterioration of surface condition on pavements and the change in traffic capacities brought by repair work being made on pavements. LCC minimization problem is formulated as the implicit program, in which LCC is minimized subject to the probit-based Stochastic User Equilibrium (SUE) which expresses drivers' route choices. The solution algorithm for the LCC minimization problem developed by applying the sensitivity analysis technique for the probit-based SUE is also presented. The simple numerical results obtained by using test network are lastly presented.

## INTRODUCTION

Life Cycle Assessment (LCA) is nowadays an important concept to manage and operate social infrastructures because of tight budget from public sector. In considering LCA, Life Cycle Cost (LCC) is used as the index for measuring efficiency of methods for operation and management of social infrastructures.

In the present study, LCC minimization problem for pavements dealing with repair work in road network is presented. LCC defined in the present study is comprised of administration cost which is the summation of repair cost and maintenance cost, user cost which is the summation of traveling time cost and driving cost, and salvage value from materials used for pavements. The change in route choices expressed as the responses from drivers to the change in traveling cost, i.e. traveling time cost plus driving cost, is introduced to the problem. Route choice change is brought by both the deterioration of pavements and repair work being made on pavements and it can affect the deterioration process of pavements.

LCC minimization problem dealt with in the present study is formulated based on the idea of Implicit Program in which LCC is minimized subject to the equilibrium condition, i.e. the probit-based SUE expressing the responses from drivers. The algorithm developed by applying the sensitivity analysis technique for the probit-based SUE is also presented. And lastly, the results obtained by the numerical experiment carried out targeting test network are presented.

## EXISTING STUDIES

Large number of studies which dealt with LCC evaluation on pavements have been carried out in the past years. The reader is referred to Haas et al. (1988) for more details. Simplified traffic flow analysis models were introduced to the most of existing studies for the purpose of analyzing traffic flow in calculating LCC on pavements. However, because traffic flow on road can determine deterioration level on the road. And drivers can change their route choices depending on both deterioration level of routes and repair work being made on routes, traffic flow analysis models can play an important role in calculating LCC on pavements. It may be reasonable to introduce proper traffic flow analysis model in calculating LCC on pavements.

On the other hand, some attempts to introduce the uncertainty in the deterioration of pavements into LCC evaluation have been made by using the methodology originally proposed in financial engineering, e.g. Kurino et al. (2001) and Tamura and Kobayashi (2001). In their studies, the deterioration process in pavements was expressed by using Wiener process, and then optimal repair rule was finally obtained. The uncertainty in the deterioration is one of important factors for considering LCC on pavements, however their method can not be applicable to network analysis where route choices by drivers are prevailed.

One of proper traffic flow analysis models applicable to LCC on pavements is equilibrium traffic flow model, i.e. Deterministic User Equilibrium (DUE) model. In DUE, route choices from drivers are determined by assuming the traveling behavior observed under perfect information. Because of the fact that traffic flow calculated by DUE never happen in reality, more realistic traffic flow model, i.e. Stochastic User Equilibrium model, may be better to be applied to the problem. Among others, the probit-based Stochastic User Equilibrium (SUE), which was actually applied to the present study, in which the error terms



on traveling times were expressed by a multivariate normal distribution was considered to be the most appropriate model for its theoretical background. If we apply the probit-based SUE as traffic flow model in LCC evaluation problem on pavements, the problem can be formulated as the Implicit Program in which LCC is minimized subject to the equilibrium condition. Implicit Program can be solved by applying the technique of sensitivity analysis for the probit-based SUE proposed by Clark and Watling (2002). Some applications have already been proposed, e.g. the congestion charge problem by Connors et al. (2004) and the optimal frequencies setting problem for public transport by Uchida et al. (2005).

LCC minimization problem on pavements will be formulated as the Implicit Program in the present paper in the same manner as described in the existing studies, i.e. the studies by Connors et al. (2004) and Uchida et al. (2005). However, the difference from the existing studies is that the problem containing multiperiod control variables should be additionally processed in the LCC minimization problem. The new algorithm for the LCC minimization problem modified from the one proposed by Uchida et al. (2005) so as to deal with multiperiod control variables is also proposed in the present paper. One of contributions from the present paper is the introduction of driver's route choice into the LCC minimization problem for pavements which has not been considered in the existing studies-->Rev2-2.

## FORMULATION OF MAINTENANCE CONTROL INDEX

### Assumptions

A year can be divided into two periods by focusing on each road link in the road network considering the LCC minimization problem for pavements, i.e. the period when repair work is made on it; the repair period, and the period when no repair work is made on it; the in-service period. During the in-service period, it can be assumed that drivers make route choices responding to deterioration levels on routes which can affect driving cost, and then traffic flow on each link is determined based on the probit-based SUE. On the other hand, during the repair period, it can be assumed again that drivers make route choices responding to both the reduction in traffic capacity caused by repair work being made on link which results in increased traveling time cost along the link and the deterioration level on routes as mentioned for the route choices during the in-service period. As a result, traffic flow during the repair period on each link is determined based on the probit-based SUE by using the conditions mentioned above. The assumption that deterioration level can affect driver's route choice may be reasonable if we introduce the concept of value of time (VOT). That is, the facts that deterioration level on link can affect driving cost along the link and that VOT suggests the equivalence of traveling time and driving cost will support the assumption. However driver's route choice may not be so sensitive to deterioration level, however this can be explained by high VOT. We will introduce the concept of generalized cost to be explained in the later section for calculating LCC, i.e. the cost considering both time cost and monetary cost by following the idea mentioned above.

The vector of repair areas on all links in the road network where LCC evaluation is made during the repair period in the  $t$ th year is:

$$\Lambda^t \equiv (\lambda_1^t, \dots, \lambda_a^t, \dots)^T \quad \forall t,$$

where  $\lambda_a^t$  is the area for link  $a$  to be repaired in the  $t$ th year ( $0 \leq \lambda_a^t \leq S_a$ ) ( $10^3\text{m}^2$ ), and  $S_a$  is the total area of the link. The arithmetic sign of T used in above definition indicates transposition operation for a vector or a matrix. The vector of repair areas during the in-

service period in the  $t$ th year is:

$$\mathbf{K}^t \equiv (\kappa_1^t, \dots, \kappa_a^t, \dots)^T \quad \forall t,$$

where  $\kappa_a^t$  is the area for link  $a$  to be repaired in the  $t$ th year ( $\kappa_a^t = 0 \quad \forall t, \forall a$ ). Note that, however repair area for each link during the in-service period is always 0,  $\kappa_a^t$  is still used for the purpose of distinguishing the corresponding traffic flow on the link determined by the probit-based SUE.

The vector of traffic flows on links calculated by using the vector of network variables of  $\forall \mathbf{n}^t \equiv (n_1^t, \dots, n_a^t, \dots)^T \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$  is:

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} \equiv (q_1(\mathbf{n}^t), \dots, q_a(\mathbf{n}^t), \dots)^T \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\},$$

where  $q_a(\mathbf{n}^t)$  is the traffic flow on link  $a$  calculated by the probit-based SUE to be explained in the later section when the vector of network variables is  $\mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$ .

### MCI Process

Maintenance cost for road pavements can be determined by surface condition, i.e. deterioration level, which can be expressed by MCI (Maintenance Control Index) mainly used in Japan. MCI is the index expressing deterioration level of road surface which can be calculated by using rutting, cracking ratios and vertical flatness, and MCI takes values from 0 indicating most deteriorated surface condition to 10 indicating perfect surface condition. MCI of a link, in general, can be expressed as the function of both the annual average daily large vehicles driving on the link and the repair work made on the link.

The vector of the annual average daily traffics (AADT) on all links is:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^t &\equiv \mathbf{Q}^t(\mathbf{q}^{\mathbf{\Lambda}^t}, \mathbf{q}^{\mathbf{K}^t}) \\ &= (Q_1^t, \dots, Q_a^t, \dots)^T \quad \forall t, \end{aligned}$$

where  $Q_a^t$  is AADT on link  $a$  in the year of  $t$ :

$$Q_a^t = \frac{(D - \pi_a(\lambda_a^t))q_a(\mathbf{K}^t) + \pi_a(\lambda_a^t)q_a(\mathbf{\Lambda}^t)}{D} \quad \forall t, \forall a, \quad (1)$$

where  $D$  is the number of days for a year (365 days), and  $\pi_a(\lambda_a^t)$  is the number of days

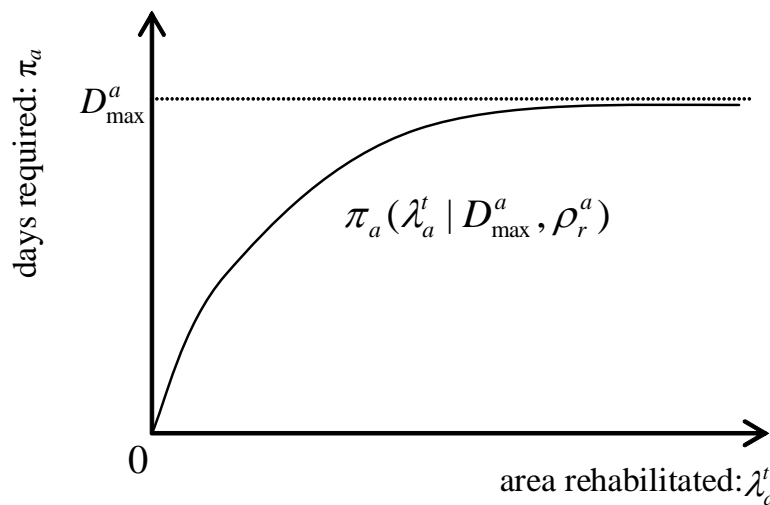


FIGURE 1 Relationship between the repair area and the days required for the repair

required for the repair work of the area  $\lambda_a^t$  made on link  $a$ .  $\pi_a(\lambda_a^t)$  has the form as shown in FIGURE 1 and by:

$$\pi_a(\lambda_a^t) = D_{\max}^a - \frac{D_{\max}^a}{\rho_r^a \cdot \lambda_a^t + 1} \quad \forall t, \forall a, \quad (2)$$

where  $D_{\max}^a$  and  $\rho_r^a$  indicate the maximal days required for the repair work of whole area of link  $a$  and calibration parameter, respectively. The vector of repair days in the year  $t$  for all links is:

$$\Pi(\Lambda^t) \equiv (\pi_1(\lambda_1^t), \dots, \pi_a(\lambda_a^t), \dots)^T \quad \forall t.$$

The vector of functions  $u_a^t(\hat{Q}_a^{t-1}) \forall a$  in the year  $t$  for all links is:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^t &\equiv \mathbf{U}^t(\hat{\mathbf{Q}}^{t-1}) \\ &= (u_1^t(\hat{Q}_1^{t-1}), \dots, u_a^t(\hat{Q}_a^{t-1}), \dots)^T \quad \forall t, \end{aligned}$$

where  $u_a^t(\hat{Q}_a^{t-1})$  is the value of MCI on link  $a$  in the  $t$ th year obtained by assuming the annual average daily large vehicles on the link in the  $t-1$ th year be  $\hat{Q}_a^{t-1}$ . The vector of the annual average daily large vehicles in the  $t$ th year on all links is:

$$\hat{\mathbf{Q}}^t \equiv (\hat{Q}_1^t, \dots, \hat{Q}_a^t, \dots)^T \quad \forall t.$$

Then, MCI process can be expressed by Eqs. from (3) to (6) by using variables defined above:

$$u_a^0 = MCI_{\max} \quad \forall a \quad (3)$$

$$\hat{Q}_a^t = \frac{(D - \pi_a(\lambda_a^t))\hat{q}_a(\mathbf{K}^t) + \pi_a(\lambda_a^t)\hat{q}_a(\Lambda^t)}{D} \quad \forall t, \forall a \quad (4)$$

$$\hat{u}_a^t = u_a^t - \bar{u}_a(\hat{Q}_a^{t-1}) \quad \forall t, \forall a \quad (5)$$

$$u_a^{t+1} = \max \left\{ 0, \frac{\lambda_a^t \cdot MCI_{\max} + (S_a - \lambda_a^t) \cdot \hat{u}_a^t}{S_a} \right\} \quad \forall t, \forall a, \quad (6)$$

where  $MCI_{\max}$  is the actual maximal value for MCI and is assumed to be 9.6 in the present study.  $\hat{q}_a(\mathbf{n}^t)$  in Eq.(4) indicates the number of daily large vehicles on link  $a$  in the year  $t$  when the vector of network variables is  $\mathbf{n}_t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$ .  $\hat{Q}_a^t$  in Eq.(4) indicates the annual average daily large vehicles on link  $a$  in the year  $t$ .  $\bar{u}_a(\hat{Q}_a^t)$  is the deterioration speed for MCI on link  $a$ . We assumed that  $\bar{u}_a(\hat{Q}_a^t)$  has the form (FIGURE 2):

$$\bar{u}_a(\hat{Q}_a^t) = \frac{1}{10000} \hat{Q}_a^t \quad \forall t, \forall a, \quad (7)$$

based on the results given by Seino and Takemoto (2005), where  $\hat{u}_a^t$  is the value of MCI on link  $a$  in the  $t$ th year obtained by assuming no repair work is made on the link in the  $t-1$ th year. The vector of functions  $\hat{u}_a^t \forall a$  is given by:

$$\hat{\mathbf{U}}^t \equiv (\hat{u}_1^t, \dots, \hat{u}_a^t, \dots)^T \quad \forall t.$$

In the case where mixture ratios of large vehicles are all equal to  $m_l$  (%) among all links and

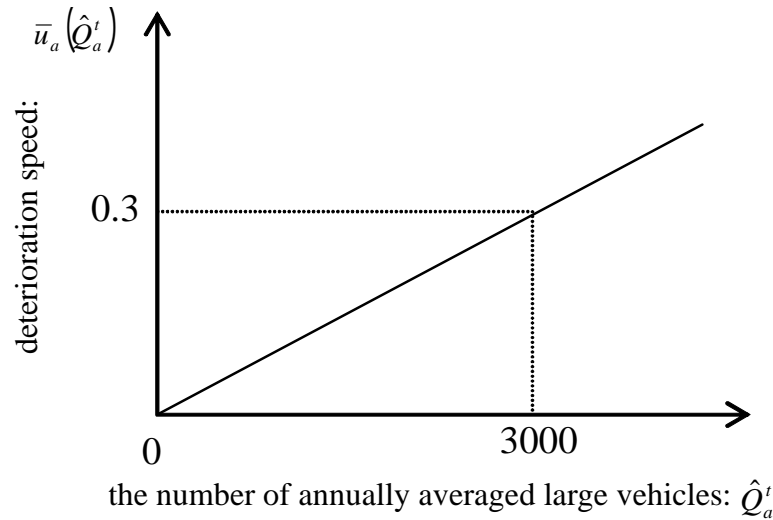


FIGURE 2 Relationship between the annual average daily large vehicles and the deterioration speed

the passenger car equivalent is  $p_l (\geq 1.0)$  among all large vehicles, then  $\hat{q}_a(\mathbf{n}^t) \forall \mathbf{n}_t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  and  $\hat{Q}_a^t$  are respectively expressed as:

$$\begin{aligned} \hat{q}_a(\mathbf{n}^t) &= \frac{(m_l/100)p_l}{1-(m_l/100)(1-p_l)} q_a(\mathbf{n}^t) [\text{pce}] \\ &= \frac{(m_l/100)}{1-(m_l/100)(1-p_l)} q_a(\mathbf{n}^t) [\text{large vehicles}] \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\} \end{aligned} \quad (8.a)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_a^t &= \frac{(m_l/100)p_l}{1-(m_l/100)(1-p_l)} Q_a^t [\text{pce}] \\ &= \frac{(m_l/100)}{1-(m_l/100)(1-p_l)} Q_a^t [\text{large vehicles}] \quad \forall t, \forall a. \end{aligned} \quad (8.b)$$

Note that, we assumed that all traffic flows except for both  $\hat{q}_a(\mathbf{n}^t) \forall \mathbf{n}_t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  and  $\hat{Q}_a^t$  are counted by using the unit of passenger car equivalent [pce].

## COST FUNCTIONS

### Administration Cost

#### Repair Cost

The vector of repair costs on all links in the  $t$ th year is:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^t &\equiv \mathbf{F}^t(\Lambda^t) \\ &= (f_1^t(\lambda_1^t), \dots, f_a^t(\lambda_a^t), \dots)^T \quad \forall t, \end{aligned}$$

where  $f_a^t(\lambda_a^t)$  is the cost required for the repair work of the area  $\lambda_a^t$  made on link  $a$  in the  $t$ th year. Generally, the wider area of repair work will bring about the cheaper cost per unit repair area. We applied the relationship between the repair area and the repair cost given by Himeno et al. (1997):

$$f_a^t(\lambda_a^t) = \frac{1.24 \cdot 10^9 \cdot \lambda_a^t}{1 + 3.70 \cdot 10^2 \exp(5.44 \cdot 10^{-2} \cdot \lambda_a^t)} (\text{yen}) \quad \forall t, \forall a. \quad (9)$$



### Maintenance Cost

The vector of maintenance costs on all links is:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}^t &\equiv \mathbf{M}^t(\mathbf{U}^t) \\ &= \left( m_1^t(u_1^t), \dots, m_a^t(u_a^t), \dots \right)^T \quad \forall t,\end{aligned}$$

where  $m_a^t(u_a^t)$  is the maintenance cost on link  $a$  in the year  $t$  when MCI of the link is  $u_a^t$ :

$$m_a^t(u_a^t) = 10^5 (180 - 18.8u_a^t) S_a \text{ (yen)} \quad \forall t, \forall a, \quad (10)$$

suggested in Himeno et al. (1997).

### Administration Cost

Total administration cost in the  $t$ th year  $a_t$  is the summation of the repair cost and the maintenance cost for all links:

$$a_t \equiv \left( \mathbf{F}^t + \mathbf{M}^t \right)^T \mathbf{1} \quad \forall t, \quad (11)$$

where  $\mathbf{1} \equiv (1, \dots, 1, \dots)^T$ . Budget constraint for the administration cost in the year  $t$  can be shown generally by:

$$a_t \leq A_t \quad \forall t, \quad (12)$$

where  $A_t$  is the budget allocated to the  $t$ th year.

### User Cost

#### Traveling Time

The vector of traveling times on all links is:

$$\begin{aligned}\Theta^{\mathbf{n}^t} &\equiv \Theta^{\mathbf{n}^t}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}) \\ &= \left( \theta_1^{\mathbf{n}^t}(q_1(\mathbf{n}^t)), \dots, \theta_a^{\mathbf{n}^t}(q_a(\mathbf{n}^t)), \dots \right)^T \quad \forall t,\end{aligned}$$

where  $\theta_a^{\mathbf{n}^t}(q_a(\mathbf{n}^t))$  is the traveling time along link  $a$  when the vector of network variables and the traffic flow on the link are respectively  $\forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$  and  $q_a(\mathbf{n}^t)$ :

$$\begin{aligned}\theta_a^{\mathbf{n}^t}(q_a(\mathbf{n}^t)) &= t_a^0 \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(\mathbf{n}^t)}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \\ &= \left( \frac{l_a}{v_a^0} \right) \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(\mathbf{n}^t)}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \quad \forall t, \forall a.\end{aligned} \quad (13)$$

$t_a^0$ : free traveling time along link  $a$  (hr.).

$l_a$ : length of link  $a$  (km).

$v_a^0$ : free traveling speed along link  $a$  (km/hr.).

$\alpha, \beta$ : calibration parameters.

$C_a(n_a^t)$  in Eq.(13) is the traffic capacity on link  $a$  when the network variable regarding the link is  $n_a^t$ :

$$C_a(n_a^t) = \begin{cases} C_a^* & \text{if } n_a^t = \lambda_a^t = 0 \quad \forall t, \forall a \\ \gamma C_a^* & \text{if } n_a^t = \lambda_a^t > 0 \quad 0 \leq \gamma \leq 1.0, \quad \forall t, \forall a, \end{cases} \quad (14)$$

where  $C_a^*$  and  $\gamma$  are the traffic capacity on link  $a$  during the in-service period and calibration parameter, respectively. Eq. (14) expresses the two link capacities for the two periods during

in-service and repair, respectively.

#### Driving Cost

The vector of driving costs of all links in the  $t$ th year is:

$$\begin{aligned}\mathbf{H}^t &\equiv \mathbf{H}^t(\mathbf{U}^t, \mathbf{v}^t) \\ &= \left( \eta_1^t(u_1^t, v_1^t), \dots, \eta_a^t(u_a^t, v_a^t), \dots \right)^T \quad \forall t,\end{aligned}\quad (15)$$

where  $\eta_a^t(u_a^t, v_a^t)$  is the driving cost along link  $a$  when the value of MCI for the link in the  $t$ th year and the traveling speed along the link with the vector of network variables of  $\forall \mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$  are  $MCI_a^t$  and  $v_a^t$  (km/hr.), respectively.  $\eta_a^t(u_a^t, v_a^t)$  can be given by:

$$\eta_a^t(u_a^t, v_a^t) = \left\{ \begin{aligned} &32.58 - 1.828u_a^t + 0.117(u_a^t)^2 \\ &- 0.474v_a^t + 0.004(v_a^t)^2 \end{aligned} \right\} l_a \text{ (yen)} \quad \forall t, \forall a, \quad (16)$$

by applying the results by Seino et al. (2004), where  $v_a^t$  can be calculated by using Eq.(13):

$$v_a^t = v_a^0 / \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a(\mathbf{n}^t)}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \quad \forall t, \forall a. \quad (17)$$

#### User Cost

User cost in the  $t$ th year  $y_t$  calculated by using the relationships described above is:

$$y_t = \left( (\mathbf{D} - \mathbf{\Pi}(\mathbf{\Lambda}^t)) \otimes \mathbf{q}^{\mathbf{K}^t} \right)^T \left( \tau \otimes \mathbf{\Theta}^{\mathbf{K}^t} + \mathbf{H}^{\mathbf{K}^t} \right) + \left( \mathbf{\Pi}(\mathbf{\Lambda}^t) \otimes \mathbf{q}^{\mathbf{\Lambda}^t} \right)^T \left( \tau \otimes \mathbf{\Theta}^{\mathbf{\Lambda}^t} + \mathbf{H}^{\mathbf{\Lambda}^t} \right) \quad \forall t, \quad (18)$$

where  $\mathbf{D} \equiv (D^1, \dots, D^a, \dots)^T$ .

$\tau$ : value of time (yen/hr.).

The arithmetic sign of  $\otimes$  indicates multiplication for matrices or vectors. For example, multiplication of matrices of  $\mathbf{L}$  and  $\mathbf{N}$  is written as  $\mathbf{L} \otimes \mathbf{N}$  in which the element representing  $i$ th row and  $j$ th column of the matrix is  $l_{ij} n_{ij}$ , where  $l_{ij}$  and  $n_{ij}$  indicate the elements representing  $i$ th row and  $j$ th column of  $\mathbf{L}$  and  $\mathbf{N}$ , respectively. The arithmetic sign of  $\div$  which is to be used later in the present paper indicates division of matrices or vectors, and  $\mathbf{L} \div \mathbf{N}$  has the element representing  $i$ th row and  $j$ th column of the matrix  $l_{ij} / n_{ij}$ . Note that, two matrices (or vectors) used for two arithmetic signs of  $\otimes$  or  $\div$  should have the same size or one of them should be scalar number.

#### Generalized Cost

Generalized cost consumed in the  $t$ th year  $g_t$  is the summation of the administration cost and the user cost in the same year:

$$g_t = y_t + a_t \quad \forall t. \quad (19)$$

#### Salvage Value

Considering recycle of materials from pavements, it may be reasonable to introduce salvage value into LCC. The vector of salvage values on all links in the  $t$ th year is:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^t &\equiv \mathbf{X}^t(\mathbf{U}^t) \\ &= \left( \chi_1^t(u_1^t), \dots, \chi_a^t(u_a^t), \dots \right)^T \quad \forall t,\end{aligned}$$

where  $\chi_a^t(u_a^t)$  is the salvage value from materials on link  $a$  in the  $t$ th year when MCI on the link is  $u_a^t$ . We applied the same idea proposed by Seino and Takemoto (2005) to estimate salvage value, and the salvage value on link  $a$  is given by:

$$\chi_a^t(u_a^t) = \max \left\{ 0, \frac{u_a^t - 4.0}{MCI_{\max} - 4.0} p_a \right\} \quad \forall t, \forall a, \quad (20)$$

where,

$$p_a = V_a / Y_a \quad \forall a. \quad (21)$$

$\chi_a^t$ : salvage value on link  $a$  in the  $t$ th year (yen).

$p_a$ : cost depreciation on link  $a$  (yen/year).

$V_a$ : asset value of materials used for link  $a$  in the year of 0 (yen).

$Y_a$ : duration by which asset value of link  $a$  is depreciated (years).

### PROBIT-BASED SUE (PSUE)

Generalized traveling time of  $k$ th route between OD pair  $rs$ , i.e.  $c_{rs}^k$ , is:

$$c_{rs}^k = \sum_a d_a \delta_{rs}^{a,k} \quad \forall k, \forall rs. \quad (22)$$

$d_a$ : generalized traveling time along link  $a$  (hr.).

$\delta_{rs}^{a,k}$ : dummy variable which equals to 1 if link  $a$  is contained in the  $k$ th route between OD pair  $rs$ , and 0 otherwise.

The term *generalized traveling time* is defined as the time which is the summation of the actual traveling time and the time which is equivalent to driving cost consumed in the present study. Then, PSUE is expressed as the fixed point problem:

$$\rho_{rs}^k = \hat{\rho}_{rs} P_{rs}^k(\mathbf{C}_{rs}(\boldsymbol{\rho}_{rs})) \quad \forall k, \forall rs, \quad (23)$$

where,

$$P_{rs}^k = \Pr(c_{rs}^k + \varepsilon_{rs}^k \leq c_{rs}^j + \varepsilon_{rs}^j \quad \forall j \neq k) \quad \forall k, \forall rs \quad (24)$$

$$\sum_k \rho_{rs}^k = \hat{\rho}_{rs} \quad \forall rs. \quad (25)$$

$\hat{\rho}_{rs}$ : traffic demand flow regarding OD movement  $rs$ .

$\hat{\boldsymbol{\rho}} \equiv (\hat{\rho}_1, \dots, \hat{\rho}_{rs}, \dots)^T$ : vector of traffic demand flows.

$\boldsymbol{\rho}_{rs} \equiv (\rho_{rs}^1, \dots, \rho_{rs}^k, \dots)^T$ : vector of route traffic flows regarding OD movement  $rs$ .

$\rho_{rs}^k$ : traffic flow on  $k$ th route regarding OD movement  $rs$ .

$\mathbf{C}_{rs} \equiv (c_{rs}^1, \dots, c_{rs}^k, \dots)^T$ : vector of generalized traveling times regarding OD movement  $rs$ .

$\Pr(\cdot)$ : probability.

Multivariate normal distribution is assumed as error term in Eq.(24), i.e.  $\varepsilon_{rs}^k$  ( $\forall k, \forall rs$ ), in PSUE. Because the following relationship between the route flows and the link flow:

$$q_a = \sum_{rs} \sum_k \rho_{rs}^k \delta_{rs}^{a,k} \quad \forall a, \quad (26)$$

is consistent with, then Eq.(23) can be replaced by:

$$\rho_{rs}^k = \hat{\rho}_{rs} P_{rs}^k(\mathbf{d}(\mathbf{q} | \boldsymbol{\Delta}_{rs})) \quad \forall k, \forall rs. \quad (27)$$

$\mathbf{d} \equiv (d_1, \dots, d_a, \dots)^T$ : vector of generalized traveling times of all links.

$\boldsymbol{\Delta}_{rs}$  in Eq.(27) is the link-route incident matrix regarding OD pair  $rs$ , and the element representing  $a$ th row and  $k$ th column of the matrix is  $\delta_{rs}^{a,k}$ .

## FORMULATION OF THE LCC MINIMIZATION PROBLEM

The LCC minimization problem for pavements can be formulated as the Implicit Program:

$$\min LCC = C_0 + \sum_{t=1}^{LC-1} \frac{g_t}{(1+r)^t} - \frac{(\mathbf{X}^{LC})^T \mathbf{1}}{(1+r)^{LC}} \quad (28)$$

with respect to:

$$\mathbf{\Lambda}^t = (\lambda_1^t, \dots, \lambda_a^t, \dots)^T \quad \forall t \quad (29)$$

subject to:

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} = \Phi(\mathbf{n}^t) \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}. \quad (30)$$

$C_0$ : construction cost.

$r$ : discount rate.

$LC$ : life cycle (years).

$\Phi$  in Eq.(30) is a mapping  $\mathfrak{R}_+^{\mathbf{n}^t} \rightarrow \mathfrak{R}_+^{\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}}$  which gives the equilibrium link flows from PSUE calculated by using the vector of network variables  $\mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$ , and is defined by Eqs. of (26) and (27).

The vector of generalized traveling times when the vector of network variables is  $\mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$  is:

$$\mathbf{d}^{\mathbf{n}^t} \equiv \left( d_1^{\mathbf{n}^t} \left( q_1(\mathbf{n}^t), \eta_1^{\mathbf{n}^t} \right), \dots, d_a^{\mathbf{n}^t} \left( q_a(\mathbf{n}^t), \eta_a^{\mathbf{n}^t} \right), \dots \right)^T,$$

where  $d_a^{\mathbf{n}^t} \left( q_a(\mathbf{n}^t), \eta_a^{\mathbf{n}^t} \right)$  is the generalized traveling time along link  $a$  when the traffic flow and the traveling cost on the link are respectively given by  $q_a(\mathbf{n}^t)$  and  $\eta_a^{\mathbf{n}^t}$  ( $\mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$ ):

$$d_a^{\mathbf{n}^t} \left( q_a(\mathbf{n}^t), \eta_a^{\mathbf{n}^t} \right) = \theta_a^{\mathbf{n}^t} \left( q_a(\mathbf{n}^t) \right) + \frac{\eta_a^{\mathbf{n}^t}}{\tau} \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}, \forall a. \quad (31)$$

The LCC minimization problem shown above indicates that objective function is minimized with respect to the vector of repair areas during life cycle subject to PSUE conditions, where the objective function is calculated as the summation of present values for the construction cost, the generalized cost consumed during life cycle, and the salvage value.

## SOLUTION ALGORITHM

### Sensitivity Analysis for PSUE

We applied the solution algorithm developed based on the sensitivity analysis for PSUE given by Clark and Watling (2002) to the LCC minimization problem. The link based fixed point problem for PSUE is:

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}^t} \left( \mathbf{d}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t) \right) \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{n}^t, \quad (32)$$

where  $\mathbf{p}^{\mathbf{n}^t}$  is the matrix of link choice probabilities ( $|A| \times |\mathcal{Q}|$ ) when the vector of network variables is  $\mathbf{n}^t \in \{\mathbf{\Lambda}^t, \mathbf{K}^t\}$ .  $A$  and  $\mathcal{Q}$  are the set of links and the set of OD pairs, respectively. Let  $\mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}^t}$  denote  $rs$ th column of  $\mathbf{p}^{\mathbf{n}^t}$ , then  $\mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}^t}$  is given by:

$$\mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}^t} = \Delta_{\mathbf{n}^t}^{rs} \mathbf{P}_{\mathbf{n}^t}^{rs} \quad \forall \mathbf{n}^t, \forall rs, \quad (33)$$

where  $\mathbf{P}_{\mathbf{n}^t}^{rs}$  is the matrix of route choice probabilities regarding OD pair  $rs$  when the vector of

network variables is  $\mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$ . Consider the following vector functions:

$$\Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t) \equiv \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}^t}(\mathbf{d}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t))\hat{\rho} \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}. \quad (34)$$

Assuming differentiability of the involved functions, and regarding  $\mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$ , a first-order Taylor series expansion of  $\Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t)$  in the neighborhood of  $(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t) = (\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}, \mathbf{n}^t(k))$  is:

$$\begin{aligned} & \Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}, \mathbf{n}^t) \\ & \approx \Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}, \mathbf{n}^t(k)) + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}} \bigg|_{(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}, \mathbf{n}^t(k))} (\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} - \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}) + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}^t} \bigg|_{(\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}, \mathbf{n}^t(k))} (\mathbf{n}^t - \mathbf{n}^t(k)) \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}, \end{aligned} \quad (35)$$

where the derivative terms are the Jacobian matrices of  $\Psi$  with respect to  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}$  and  $\mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  respectively, which we shall henceforth denote  $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t}$  and  $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t}$ .  $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t}$  and  $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t}$  are respectively given by:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t} &= \mathbf{I} - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \left( \Lambda_{rs}^{\mathbf{n}^t} \frac{\partial \mathbf{P}_{rs}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{C}_{rs}^{\mathbf{n}^t}} (\Lambda_{rs}^{\mathbf{n}^t})^T \right) \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}} \\ &= \mathbf{I} - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \frac{\partial \mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}^t}} \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}} \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t} = - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \frac{\partial \mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}^t}} \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{n}^t} \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}, \quad (37)$$

by applying the results by Bell and Iida (1997), where  $\mathbf{I}$  is an identity matrix. Then,  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}$  can be approximated by:

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} \approx \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)} - (\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t})^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t} (\mathbf{n}^t - \mathbf{n}^t(k)) \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}. \quad (38)$$

As a result, the following relationship:

$$\frac{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}}{\partial \mathbf{n}^t} \approx \frac{\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} - \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t(k)}}{\mathbf{n}^t - \mathbf{n}^t(k)} = -(\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t})^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t} \quad \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\} \quad (39)$$

holds. Daganzo (1979) presented the method for calculating  $\partial \mathbf{P}_{rs}^{\mathbf{n}^t} / \partial \mathbf{C}_{rs}^{\mathbf{n}^t}$  which was required in the processes of calculating the Jacobians of  $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}^t}$  and  $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}^t}$ .

### Approximation of Equilibrium Flows

The vectors of equilibrium flows  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t}$  corresponding to  $\forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  are required for the purpose of solving the LCC minimization problem. However, calculation of the equilibrium flows from PSUE may be a time consuming process. In the following, we will develop the algorithm in which the sub-problem for the LCC minimization problem obtained by substituting the approximated equilibrium flows with the corresponding equilibrium flows is repeatedly solved, and finally analytical solution to the LCC minimization problem is obtained.

The vector of functions  $u_a^t(\hat{Q}_a^{t-1}) \forall a$  in the  $t$ th year is expressed as the vector functions of the vector of repair areas in the previous year. The matrix expressing rates of change in MCI vector regarding the vector of repair areas in the previous year is calculated

as:

$$\frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \Lambda^{t-1}} = \text{diag}((MCI_{\max} \div \mathbf{S}) - (\hat{\mathbf{U}}^{t-1} \div \mathbf{S})) \forall t, \quad (40)$$

by using Eq.(6), where  $\mathbf{S} \equiv (S_1, \dots, S_a, \dots)^T$ . We do not deal with the effects from  $\lambda_a^{t-1}$  to  $u_a^t$  via  $\hat{Q}_a^t$  by assuming  $\lambda_a^t \geq \varepsilon \forall t, \forall a$ , where  $\varepsilon$  is very small positive value.

The vector of approximated functions  $u_a^t(\hat{Q}_a^{t-1}) \forall a$  corresponding to any feasible  $\Lambda^{t-1}(k)$  is:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^t(\Lambda^{t-1}) &\approx \mathbf{U}^t(\Lambda^{t-1}(k)) + \frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \Lambda^{t-1}} \bigg|_{(\Lambda^{t-1}(k))} (\Lambda^{t-1} - \Lambda^{t-1}(k)) \\ &\equiv \tilde{\mathbf{U}}^t(\Lambda^{t-1}) \forall t. \end{aligned} \quad (41)$$

The vector of approximated equilibrium flows of  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  can be denoted as:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{\Lambda^t}(\Lambda^{t-1}) &\approx \mathbf{q}^{\Lambda^t}(\Lambda^t(k), \mathbf{U}^t) + \frac{\partial \mathbf{q}^{\Lambda^t}}{\partial \mathbf{U}^t} \frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \Lambda^{t-1}} \bigg|_{(\Lambda^t(k), \Lambda^{t-1}(k))} (\Lambda^{t-1} - \Lambda^{t-1}(k)) \\ &\equiv \tilde{\mathbf{q}}^{\Lambda^t}(\Lambda^{t-1}) \forall t \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{\mathbf{K}^t}(\Lambda^{t-1}) &\approx \mathbf{q}^{\mathbf{K}^t}(\mathbf{K}^t, \mathbf{U}^t) + \frac{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{K}^t}}{\partial \mathbf{U}^t} \frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \Lambda^{t-1}} \bigg|_{(\mathbf{K}^t, \Lambda^{t-1}(k))} (\Lambda^{t-1} - \Lambda^{t-1}(k)) \\ &\equiv \tilde{\mathbf{q}}^{\mathbf{K}^t}(\Lambda^{t-1}) \forall t, \end{aligned} \quad (43)$$

by applying the same idea for Eq.(41). However, we need  $\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} / \partial \mathbf{U}^t \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  for calculating Eqs. of (42) and (43), these can be obtained by carrying out the sensitivity analysis for PSUE.

### The Algorithm

#### Step 0

Set iteration number  $k = 0$ , and set initial feasible solution of  $\Lambda^t(k) \forall t$ .

#### Step 1

Calculate  $\mathbf{q}^{\Lambda^t(k)}$  and  $\mathbf{q}^{\mathbf{K}^t} \forall t$  by solving PSUE by using the present vectors of network variables of  $\Lambda^t(k)$  and  $\mathbf{K}^t \forall t$ , respectively. PSUE can be solved by applying MSA (Sheffi (1985)).

#### Step 2

Calculate the approximated vectors of  $\tilde{\mathbf{U}}^t, \tilde{\mathbf{q}}^{\Lambda^t}$  and  $\tilde{\mathbf{q}}^{\mathbf{K}^t} \forall t$ .  $\tilde{\mathbf{q}}^{\Lambda^t}$  and  $\tilde{\mathbf{q}}^{\mathbf{K}^t} \forall t$  which respectively correspond to the present vectors of network variables of  $\Lambda^t(k)$  and  $\mathbf{K}^t \forall t$  can be calculated by using  $\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}^t} / \partial \mathbf{U}^t \forall t, \forall \mathbf{n}^t \in \{\Lambda^t, \mathbf{K}^t\}$  which are obtained by applying the sensitivity analysis for PSUE.

#### Step 3

Solve the sub-problem obtained by substituting approximated vectors of  $\tilde{\mathbf{U}}^t, \tilde{\mathbf{q}}^{\Lambda^t}$  and  $\tilde{\mathbf{q}}^{\mathbf{K}^t} \forall t$  into Eq.(28), and let  $\Lambda^t(k+1) \forall t$  denote the solution obtained here. Note that, nonnegative constraints regarding the approximated vectors are additionally given to the sub-problem. Sub-problem can be easily solved by applying Sequential Quadratic Programming: SQP (Connors et al. (2004)).

## Step 4

Stop the calculation if the following condition:

$$\max |\Lambda^t(k) - \Lambda^t(k+1)| \leq \varepsilon \quad \forall t,$$

is satisfied where  $\varepsilon$  is very small positive value, and go to Step 1 by setting  $k = k + 1$  otherwise.

## ROUTE BASED FORMULATION

The formulation presented in the previous section was made by using link-based control variables, i.e.  $\lambda_a^t \quad \forall t, \forall a$ . In the practical situation, management unit for pavements can be a route rather than a link because some sets of links belonging to different road classes can be managed by different administrators, and a set of links belonging to the same road class can be considered as sub-network, i.e. some sets of routes. Furthermore, the number of routes used by drivers is, in general, less than the number of links comprising the road network. It may be reasonable to deal with route-based control variables in consideration of realistic management system for road pavements as well as for the reduction of the number of unknown variables included in the LCC minimization problem. We will explain here about how to deal with route-based control variables.

We assumed that all links which comprise a route have the same ratio of repair area to whole area. This assumption may be reasonable in a sense because a route belonging to the same road class shall provide the same driving quality in terms of MCI. The vector of repair ratios on the routes between OD pair  $rs$  in the  $t$ th year is:

$$\mathbf{R}_{rs}^t \equiv (R_{rs}^1(t), \dots, R_{rs}^k(t), \dots, R_{rs}^{|K_{rs}|}(t))^T,$$

where  $K_{rs}$  and  $R_{rs}^k(t)$  are the set of routes between OD pair  $rs$  and the repair ratio for the  $k$ th ( $k \in K_{rs}$ ) route between OD pair  $rs$  in the  $t$ th year, respectively. On the other hand, the vector of repair ratios on all routes without distinguishing OD pairs in the  $t$ th year is:

$$\mathbf{R}^t \equiv (R^1(t), \dots, R^{k'}(t), \dots, R^{|K|}(t))^T,$$

where  $K$  and  $R^{k'}(t)$  are the set of routes and the repair ratio for the  $k'$ th ( $k' \in K$ ) route, respectively.

Let  $r_a(t)$  denote the ratio of repair area on link  $a$  in the year  $t$ , then  $r_a(t)$  is given by:

$$\begin{aligned} r_a(t) &= \lambda_a^t / S_a \\ &= \max (R_{rs}^k(t) \delta_{rs}^{a,k}(t) \quad \forall rs, \forall k \in K_{rs}) \end{aligned} \quad (44)$$

where  $\delta_{rs}^{a,k}(t)$  is a dummy variable and equals to 1 if link  $a$  is contained in the  $k$ th ( $k \in K_{rs}$ ) route between OD pair  $rs$  in the  $t$ th year, and 0 otherwise. As a result,  $\lambda_a^t \quad \forall t, \forall a$  is given by:

$$\begin{aligned} \lambda_a^t &= S_a \max (R_{rs}^k(t) \delta_{rs}^{a,k}(t) \quad \forall rs, \forall k \in K_{rs}) \\ &= S_a \max (R^{k'}(t) \delta_a^{k'}(t) \quad \forall k' \in K) \end{aligned} \quad (45)$$

where  $\delta_a^{k'}(t)$  is a dummy variable, and equals to 1 if link  $a$  is contained in the  $k'$ th ( $k' \in K$ ) route in the  $t$ th year, and 0 otherwise.

Now, we can apply the same ideas shown in the previous sections to the route based LCC minimization problem by replacing  $\partial \mathbf{U}^t / \partial \Lambda^{t-1}$  in Eq.(40) by:



$$\frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \mathbf{R}_{t-1}} = \frac{\partial \mathbf{U}^t}{\partial \mathbf{\Lambda}^{t-1}} \frac{\partial \mathbf{\Lambda}^{t-1}}{\partial \mathbf{R}_{t-1}}, \quad (46.a)$$

and by replacing  $(\mathbf{\Lambda}^{t-1} - \mathbf{\Lambda}^{t-1}(k))$  in Eqs. (41) to (43) by:

$$(\mathbf{R}_{t-1} - \mathbf{R}_{t-1}(k)), \quad (46.b)$$

where  $\partial \mathbf{\Lambda}^{t-1} / \partial \mathbf{R}_{t-1}$  is  $|A| \times |K|$  matrix and the element representing  $a$ th row and  $k$ 'th ( $k' \in K$ ) column of the matrix equals to  $S_a$  if and only if  $k' = k^*$ , and 0 otherwise, where  $k^*$  is the route identifier which satisfies:

$$R_{k^*}(t) = \max(R_{k'}(t) \delta_a^{k'}(t) \quad \forall k' \in K). \quad (47)$$

## NUMERICAL EXPERIMENT

The results obtained by solving the LCC minimization problem of link based formulation for the network shown in FIGURE 3 are presented in this section. The network is comprised of 6 nodes and 10 links. Characteristics of all links in the network are assumed to be the same, i.e. length of 1.0 (km), free traveling speed of 60 (km/hr.), traffic capacity of 50,000 (pcu/day), and total area of 9,000 (m<sup>2</sup>). Calibration parameters on BPR type function used in Eq.(13) are  $\alpha = 0.48$  and  $\beta = 2.82$ , respectively. OD traffic demand flows given to the network are shown in TABLE 1. Value of time is assumed to be 53.12×60 (yen/hr.). Because the construction cost included in the objective function does not affect solution in the present study, we assume this be 0. The mixture rates of large vehicles and the passenger car equivalent of large vehicles on all links are assumed to be all 10 (%) and 1.5 (pce), respectively. The variance equivalent to 30% of free traveling time is given to each link as an error term. Life cycle (LC) is assumed to be 40 years. The number of unknown variables for this problem is 10 (links) × 40 (years) = 400. It took 35 minutes for solving the problem by using standard PC (pentium4: 3.60GHz, 2.00GB RAM). PSUE and its sensitivity analysis were solved by applying MSA based on Monte Carlo Simulation technique in which 10,000 of random samplings from a multivariate normal distribution were done for each OD movement. It may be better to introduce the new efficient algorithm, e.g. the method of Mendell-Elston by Kamakura (1989), for calculating PSUE and its sensitivity analysis in solving a problem for large-scaled real network.

TABLE 2 and TABLE 3 respectively show the averages and the variances of traffic flows on all links during the in-service period and the repair period when the objective function is minimized. These two tables indicate that traffic flows on the links of  $b, d, f$  and  $h$  are larger than those on the other links regardless of the periods. This is because of both the topology of the network and the OD traffic demand flows given to the network. As you can see from these two tables, the variances of link flows during the repair period are significantly smaller than those during the in-service period though differences in averages from both periods are not so large. Sorry to say, but we did not get enough evidence which could explain this result at the moment. However, this result indicates that the repair works made on links should be done so as to minimize variances of link flows during the repair period in terms of LCC minimization. LCC in this example was estimated as 185.6 [billion yen/40 years]. We also calculated LCC as an example for simple repair rule in which repair work was made on each link whenever MCI on the link was less than 4.5. LCC of 185.8 [billion yen/40 years] was estimated for the example. However, only one comparison was

made by using simple network, this result indicates the advantage of the proposed model over the traditional ones in which repair rule was determined based on simple criteria. Because differences in results obtained by the proposed model and traditional ones will be affected by the topology of the network to be calculated, OD traffic demand flows given to the network and so on, further examinations on the proposed model should be done for getting the characteristics of the model.

FIGURE 4 shows the transition of repair areas on all links in the network regarding years when the objective function is minimized. From this, if repair work is made on a link, it is better to repair whole area of the link in terms of LCC minimization. FIGURE 5 shows the corresponding transition of MCI for each link regarding years. The numbers of repair works during the life cycle on the links of *b*, *d*, *f* and *h* to which large number of traffic flows are assigned are all 2. On the other hand, the numbers of repair works on the other links are all 3. These results came from the difference in the effects from repair works made on two types of links, i.e. the links to which large number of traffic flows are assigned and the links to which not so large number of traffic flows are assigned. The increase in the user cost caused by the repair work on the links of *b*, *d*, *f* and *h* are generally more expensive, compared with the other links, than the user cost saved by keeping MCI of the links at high level by the repair work. That was why the numbers of repair works made on the links of *b*, *d*, *f* and *h* were fewer than those made on the other links.

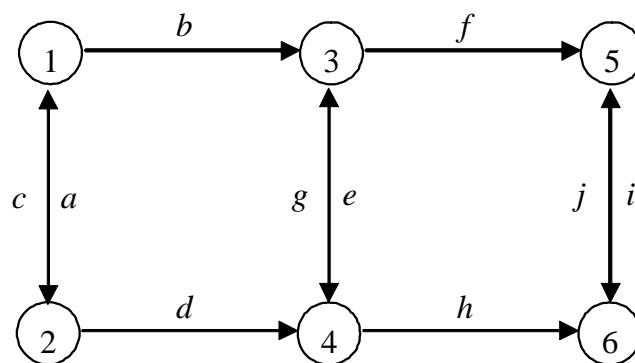


FIGURE 3 Test network

TABLE 1 OD traffic demand flows

from → to	traffic volume (pce/day)
1 → 6	60,000
2 → 5	40,000

TABLE 2 Traffic flows (in the in-service period)

	links									
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>
averages ( $10^2$ pce/day)	219	506	125	494	162	494	150	506	219	125
variances ( $10^2$ )	130	58.1	87.3	58.1	253	75.1	216	75.1	94.5	124

TABLE 3 Traffic flows (in the repair period)

	links									
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>
averages ( $10^2$ pce/day)	213	504	117	496	174	496	167	504	213	117
variances ( $10^2$ )	13.0	6.87	13.6	6.87	31.6	6.44	33.5	6.44	23.0	19.6

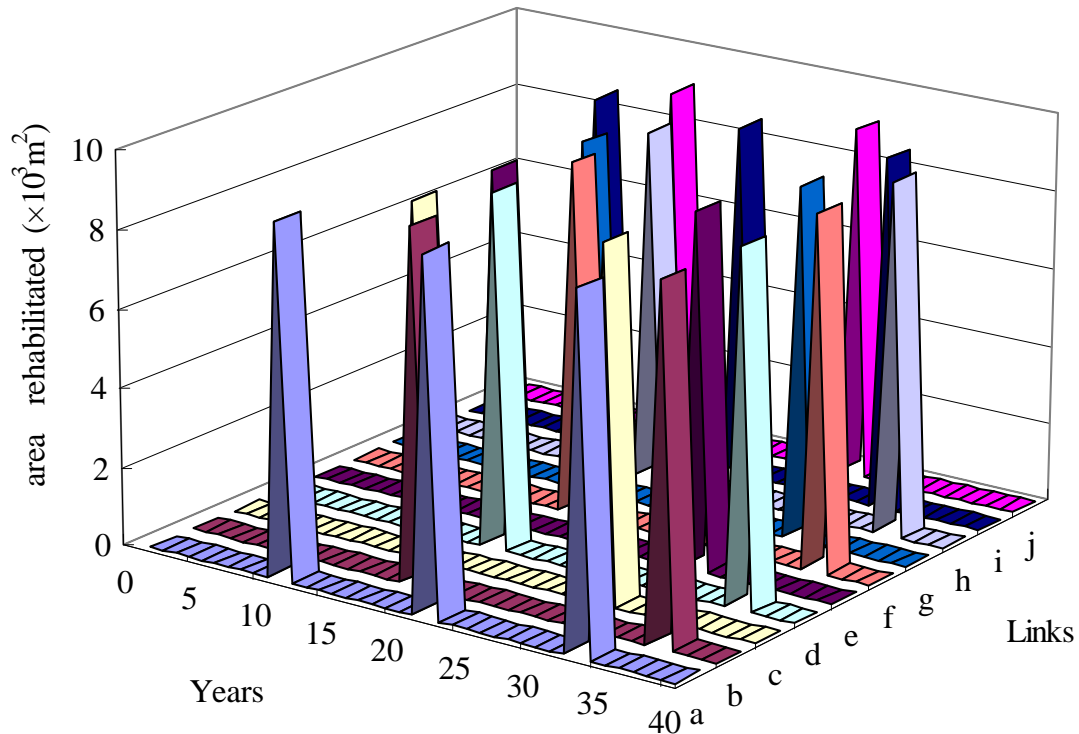


FIGURE 4 Transition of the repair areas on each link in the network during life cycle

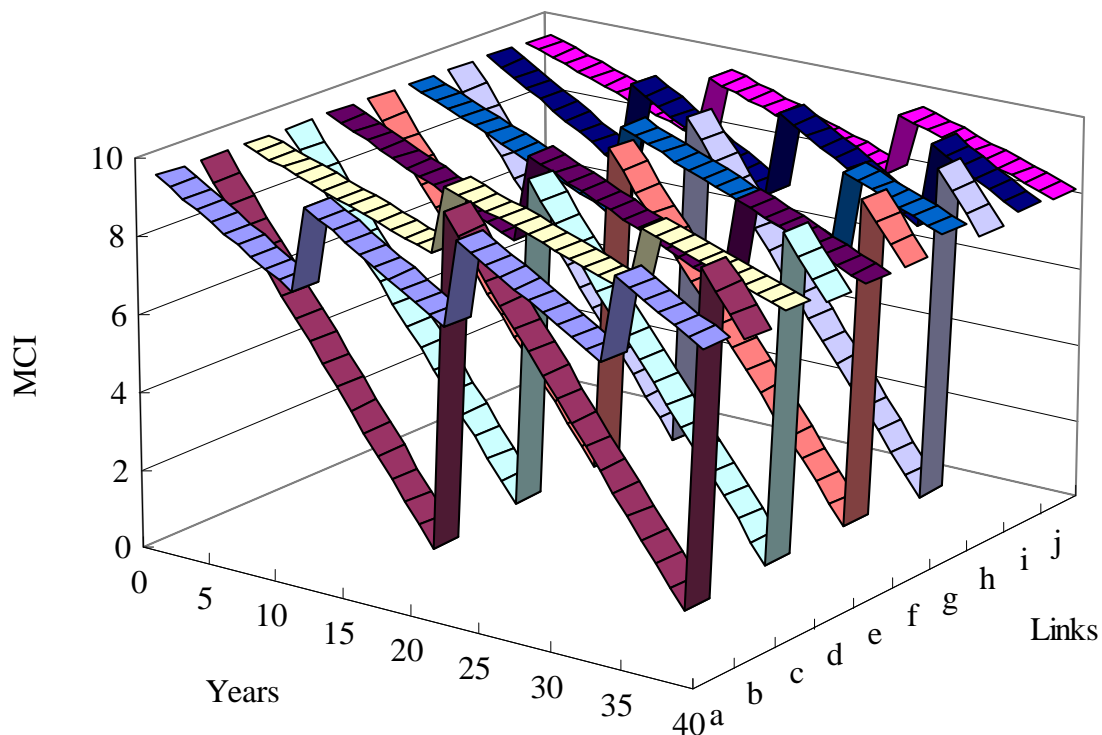


FIGURE 5 Transition of the MCI on each link in the network during life cycle

## CONCLUDING REMARKS

The LCC minimization problem for pavements considering drivers' route choices is presented. In the problem, route choices expressed as the responses from drivers to the changes in both the value of MCI and the traffic capacity varied by repair work were taken account. Because route choice from driver affect the change in MCI for each link, it is natural to introduce it into LCC evaluation for pavements. The relationship between the increase in the cost caused by repair work and the reduction in the cost saved by keeping MCI at high level by repair work was clarified at each link. This relationship was obtained by solving the LCC minimization problem where route choices by drivers, traffic demand flows, and topology of the network are simultaneously considered.

In the numerical experiment, we solved the LCC minimization problem by assuming large vehicles mixture ratio be the same among all links. However, this assumption is not so realistic because large vehicles cause the deterioration on pavements and have the different path choice function from that by passenger cars. The appropriate treatment for this problem will be the application of the multi-class users formulation for PSUE to the LCC minimization problem. This formulation will allow one deal with differences in characteristics on route choice between passenger cars and large vehicles. In the future study, more efficient algorithm should be applied to the problem because we used MSA which is a little bit of time consuming one for solving the probit-based SUE as well as the application of the multi-class users formulation for PSUE. Some efficient algorithms for solving the probit based SUE have already been proposed in some studies recently presented which can be applicable to the present study. We are going to apply the efficient solution algorithm for the probit-based SUE to the LCC minimization problem for efficient calculation.

## REFERENCES

- 1) Bell, M. and Iida, Y.: *Transportation Network Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester, UK., 1997.
- 2) Clark, S. D. and Watling, D. P.: Sensitivity analysis of the probit-based stochastic user equilibrium assignment model. *Transportation Research* 36B, pp.617-635, 2002.
- 3) Connors, R. D., Sumalee, A., and Watling, D. P.: Variable demand probit-based network design problem: Implicit programming approach. *10th world conference on transport research* (CD-ROM), 2004. *Multinomial Probit: The theory and Its Application to Demand Forecasting*
- 4) Daganzo, C.: Academic Press Inc, New York, 1979.
- 5) Haas, R., Hudson, W. R., and Zaniewski: *Modern pavement management*, Kriger Publishing Company Inc., 1988.
- 6) Himeno, K., Yuge, F., Ishitani, M., Kameyama, S., and Kasahara, A.: Optimization of pavement maintenance and rehabilitation strategy considering its bearing capacity, *Journal of Pavement Engineering*, Vol.2, pp.17-22, 1997 (in Japanese).
- 7) Kurino, M., Kiyoshi, K., and Watanabe, H.: THE OPTIMAL REPAIRING RULES UNDER UNCERTAINTY, *JOURNAL OF INFRASTRUCTURE PLANNING AND MANAGEMENT*, No.667/IV-50, pp.1-14, 2001 (in Japanese).
- 8) Kamakura W. A.: The Estimation of Multinomial Probit Models: A New Calibration Algorithm, *Transportation Science* Vol.23, No.4. pp.253-265, 1989.
- 9) Seino, M., and Takemoto, S.: Examination of Optimal Pavement Management and Maintenance Level that Incorporates Life Cycle Cost, *MONTHLY REPORT OF CIVIL ENGINEERING RESEARCH INSTITUTE*, No.622, pp.31-38, 2005 (in Japanese).
- 10) Seino, M., and Takemoto, S., Ishida, T., Maruyama K.: Life-Cycle Analysis for Pavements in Cold, Snowy Regions, *MONTHLY REPORT OF CIVIL*

- ENGINEERING RESEARCH INSTITUTE*, No.608, pp.1-9, 2004 (in Japanese).
- 11) Sheffi, Y.: *Urban Transportation Networks*, Prentice-Hall, New Jersey, 1985.
  - 12) Tamura, K., and Kobayashi, K.: THE OPTIMAL REPAIRING RULES FOR PAVEMENTS UNDER UNCERTAINTY, *INFRASTRUCTURE PLANNING REVIEW*, No.18 (1), pp.97-107, 2001 (in Japanese).
  - 13) Uchida, K., Sumalee, A., Watling, D. P., and Connors, R.: A Study on Optimal Frequency Design Problem for Multi-modal Network using Probit-based User Equilibrium Assignment, No. 05-1562, *Transportation Research Board 83rd Annual Meeting January 9-13, 2005*, Washington, D.C.

### 第 3 部

積雪寒冷地における冬期の道路交通状況を考慮  
した道路舗装の LCC 評価に関する研究, 土木学  
会論文集投稿中

# 積雪寒冷地における冬期の道路交通状況を考慮した道路舗装のLCC評価に関する研究

内田賢悦<sup>1</sup>・加賀屋誠一<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 博（工） 北海道大学大学院工学研究科（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）  
E-mail: uchida@eng.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup>フェロー会員 学博 北海道大学公共政策大学院（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）  
E-mail: kagayas@eng.hokudai.ac.jp

本研究では、道路利用者の経路選択行動を考慮した道路舗装のLCC評価手法を提案する。道路利用者は、路面劣化による走行費用の変化、凍結防止剤散布によって管理される冬期の路面状態および修繕作業に伴う交通容量の変化に対して経路選択を行うことを仮定している。LCC最小化問題は、こうした道路利用者の反応をプロビット型SUEによって表現し、この均衡制約を条件としてLCCの最小化を行う Implicit Programとして定式化している。最後に、テストネットワークを対象とした、計算例を示している。

**Key Words:** LCC, probit-SUE, sensitivity analysis, antifreezing admixture

## 1. はじめに

近年の公共における財政状況を考慮すると、公共施設はライフサイクルコスト (LCC)、すなわち、その建設・供用（維持管理を含み）・廃棄に至るまでに発生する費用を考慮して管理される必要がある。特に道路構造物は、戦後の高度経済成長期に多くが建設されており、現在、更新時期を迎える構造物が多く存在するため、こうしたマネジメントシステムの構築が重要課題となっている。道路構造物の LCC 評価は、道路構造物としての橋梁、橋脚、トンネル、路盤、路床、舗装など、その全ての要素を総合的に捉える必要があるが、本研究はその第一段階として、道路舗装を対象とした LCC 評価を考えるものである。道路舗装に関する LCC 評価は、舗装マネジメントシステム (PMS: Pavement Management System) の一部として 1960 年代半ばからアメリカを中心に研究が進められ、研究の蓄積が図られてきた<sup>1)</sup>。

道路舗装の LCC 評価では、道路舗装の劣化修繕費用、維持管理費用、舗装の劣化による燃費低下が寄与する走行費用、修繕作業に伴う交通遅延費用が用いられるのが一般的である。ここで、既存の道路舗装に関する LCC 評価においては、対象とする道路リンクの交通需要が一定と仮定されている場合が多い。しかし一般的には、道路舗装の劣化に伴う走行費用の増加、あるいは道路舗装の修繕作業時における交通容量の低下により、道路利用者は経路選択を変化させるものと考えられる。さらに、こうした経路選択の変化は、評価対象となる道路ネットワーク上における道路区間の劣化過程に影響を与える。

こうした考えに基づき、筆者らは道路劣化と修繕作業時における道路利用者の経路選択を内生化した道路舗装の LCC 評価法を提案した<sup>2)</sup>。この研究では、交通フローの微分可能性の問題および制約条件の非凸性の問題から遺伝的アルゴリズム (GA) を解法として適用している。本研究は、上記の問題を解決し、解析的に解を求めることが可能なモデル構築を行った。また、モデルでは冬期の交通状況の影響も新たに考慮している。積雪寒冷地における路面管理を想定すると、夏期の路面劣化管理だけではなく、冬期の雪氷路面管理も考えなければならない。特に冬期の路面管理に関する技術向上は、その維持管理費用の高さから考えても切実な課題である。本研究は、積雪寒冷地の路面管理問題に関して、LCC の観点から評価を行う技術を提案するものであり、基礎的な段階にあるが、積雪寒冷地の特性を包括的かつ体系的に考慮した路面管理技術構築を目指すものである。

本研究の構成は、以下の通りである。第 2 章では、既存研究のレビューを行い、本研究の位置づけを明らかにする。第 3 章では、道路舗装の管理指標である MCI の定式化を行う。第 4 章では、管理者費用と利用者費用に分類される道路舗装の LCC に関係する費用関数の定式化を行う。第 5 章では、道路利用者の経路選択行動を表すプロビット型の確率的利用者均衡 (SUE) の定式化を示し、第 6 章では、第 5 章で示した道路利用者の経路選択行動を内生化した LCC 最小化問題を定式化する。第 7 章ではプロビット型 SUE の感度分析法を用いた LCC 最小化問題の解法を示す。第 8 章では、簡単なテストネットワークを用いた計算例を示し、第 9 章で、研究のまと



めと今後の展望について述べる。

## 2. 既存研究のレビュー

PMS において、はじめて実際に有効利用された LCC 評価システムは、たわみ性舗装設計システム (FPS: Flexible Pavement Design System) と舗装用システム解析手法 (SAMP: Systems Analysis Method for Pavements) とされる<sup>1)</sup>。その後、オンタリオ州舗装費用解析 (OPAC)<sup>3,4)</sup>やハイウェイ設計モデル (HDM: Highway Design and Maintenance Standards Model)<sup>5)</sup>等の実用的な PMS が開発されてきた。こうした PMS の発展経緯に関する詳細は、参考文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

栗野ら<sup>6)</sup>、田村・小林<sup>7)</sup>は、舗装劣化の不確実性を考慮した修繕ルールを求める方法を提案している。ファイナンス工学の手法を用いて道路舗装の劣化過程を表現しているのが、これらの研究の特徴である。

これまでに提案された既存システムでは、道路舗装の LCC 評価において、道路区間の交通量一定とするか、あるいは簡略化された交通解析を適用して、利用者費用が算定されている。ネットワークでの評価を考えると、路面状態により道路利用者は経路を換えるものと考えられる。一方、こうした経路選択は、リンクの劣化速度も変化させるものと考えられる。こうした背景から、筆者ら<sup>2)</sup>は舗装劣化の不確実性は考慮してはいないが、道路利用者の経路選択行動を新たに導入した LCC 評価法を提案している。具体的には、上位問題として LCC の最小化問題、下位問題として道路舗装の劣化および修繕作業への道路利用者の反応を確定的利用者均衡配分によって表現する、bi-level 問題として定式化を行った。しかし、確定的利用者均衡から得られる交通フローの微分可能性の問題、および制約条件の非凸性の問題から解析的な解法を適用することができず、GA を適用して解いていた。具体的には、利用者均衡を適用した場合、均衡フローが制御変数に関して微分可能とならない場合が存在する<sup>2)</sup>。また、現実的な修繕作業を想定すると、リンクの修繕面積は 0 または一定面積以上という非凸な制約条件を与える必要がある。以上の 2 点から、微分を用いる解析的な解法を適用することはできなかった。後者の問題に対しては、既存研究<sup>2)</sup>から修繕作業を行う場合、リンクすべてを対象とすることが最適となるとの知見が得られ、非凸な制約条件を設定する必要がないことが示された。しかしながら、前者の問題は依然として課題として残されていた。一方、GA は制約条件等の凸性を満たさない非線形最適化問題や組合せ最適化問題等の解法として有効なツールと考えられるが、得られる解が初期実行可能解および突然変異や交叉に関わるパラメータへ依存する等

の問題が依然と存在する。

本研究は、上記の問題を解決し、解析的に解を求めることが可能な LCC 評価モデルの構築を行う。具体的には、道路利用者の反応をプロビット型確率的利用者均衡で表現し、LCC 最小化問題を Implicit Program として定式化を行う。プロビット型モデルの適用により、交通フローの微分可能性の問題を解決する。一般的に確率的配分モデルでは、制御変数に関する経路均衡フローの微分可能性は、経路均衡フローを一意的に与えられない確定的配分モデルと比べて問題は少ない。一方、代表的な確率配分モデルとしてロジット型モデルが挙げられるが、このモデルでは経路集合を固定した上で適切な配分計算が行われる。しかしながら、制御変数が変化することによって、経路集合も変化するような問題に適用するのは困難である。すなわち、経路集合が変化する場合、均衡フローから構成される何らかの目的関数（たとえば、本研究で扱う LCC）は、制御変数に関して滑らかな関数とはならず、微分可能ではない。これに対してプロビット型モデルは、理論的にはどんな経路であっても経路集合に含まれると考えており、利用されない経路の選択確率はほぼ 0 と考える（ロジット型モデルでは 0 となることはない）。したがって、十分に多くの経路集合を事前に与えるか、制御変数の変化に対応した経路集合を生成する方法を導入することで、利用される経路の変化を適切に表現することができる。こうした背景から、プロビット型モデルを本研究では適用している。一方、積雪寒冷地では冬期の交通状況は、夏期のものと大きく異なることから、本研究では、冬期の影響も考慮した定式化を行っている。

## 3. MCI の定式化

### (1) 仮定

道路舗装の LCC 最小化問題を考えるに当たり、1 年は無積雪期（以下、夏期とする）と有積雪期（以下、冬期）に分けられるものとし、さらに夏期は、各道路リンクに着目すると修繕作業を行う期間（以下、修繕作業期とする）と行わない期間（以下、通常期とする）に分けられるものとする。通常期には、道路利用者は後述の MCI 値によって経路選択を行い、各道路リンクの交通量はこれによって表現される。修繕作業期には、道路利用者は修繕作業に伴う交通容量の低下および MCI 値によって経路選択を行い、各道路リンクの交通量はこれによって表現される。一方、冬期には、道路利用者は凍結防止剤散布量によって管理される交通容量および MCI 値によって経路選択を行い、各道路リンクの交通量はこれによって与えられる。さらに、MCI 値はこれら各期の交

通量と修繕の関係によって表現されるものとする。後述するように、MCI 値は自動車の走行費用に影響する。さらに、時間価値の概念を導入すると、旅行時間と走行費用は等価と考えることができ、MCI 値が経路選択に影響する可能性がある。ただ、通常は、MCI 値が経路選択に陽に影響するとは断定できない。これは MCI 低下による走行費用の上昇は、時間価値と比較して小さいため、ドライバーは、路面状態が多少悪くても時間を短縮できる経路を選択する傾向が強いためと考えられる。これに対して、積雪寒冷地では、冬期の路面状態の悪さが MCI 値に反比例することや、それに起因する走行費用増加を考えると、冬期には、MCI 値が経路選択に影響することは十分想定され、夏期にも同様な傾向が持続することは想定される。一方、冬期の交通容量低下は、自動車の制動性低下を主要要因とする機能低下として捉えることにする。この交通容量の低下は、主に車頭時間の増加によるものと考えられる。

$t$  年目の修繕作業期における修繕面積ベクトルを以下で表す。

$$\mathbf{s}_t^r = (s_1^r(t), \dots, s_a^r(t), \dots)^T \quad \forall t$$

$s_a^r(t)$ :  $t$  年目におけるリンク  $a$  の修繕面積 ( $0 \leq s_a^r \leq S_a$ ) ( $10^3 \text{m}^2$ ).

$S_a$ : リンク  $a$  の面積 ( $10^3 \text{m}^2$ ).

ここで、 $T$  は行列またはベクトルの転置操作を意味する。 $t$  年目の通常期における修繕面積ベクトルを以下で表す。

$$\mathbf{s}_t^0 = (s_1^0(t), \dots, s_a^0(t), \dots)^T \quad \forall t$$

$s_a^0(t)$ :  $t$  年目におけるリンク  $a$  の修繕面積 ( $s_a^0(t) = 0 \quad \forall t, \forall a$ ).

通常期の修繕面積は全て 0 であるが、後述するそれに対応する配分交通量が時期によって異なり、これを区別するために敢えて定義している。 $t$  年目の冬期における凍結防止剤散布量ベクトルを以下で表す。

$$\mathbf{s}_t^d = (s_1^d(t), \dots, s_a^d(t), \dots)^T \quad \forall t$$

$s_a^d(t)$ :  $t$  年目のリンク  $a$  に対する凍結防止剤散布量 ( $s_a^d(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall a$ ).

ネットワーク変数ベクトルが  $\forall \mathbf{n}_t = (n_1^t, \dots, n_a^t, \dots)^T \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  のときの配分交通量ベクトルを以下で表すことにする。

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} = (q_1^{\mathbf{n}_t}, \dots, q_a^{\mathbf{n}_t}, \dots)^T \quad \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$$

ここで、 $q_a^{\mathbf{n}_t} = q_a(\mathbf{n}_t | \mathbf{MCI}^t)$  は、後述する  $t$  年目の MCI 値ベクトルが  $\mathbf{MCI}^t$  の場合、ネットワーク変数ベクトルが  $\mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  のときのリンク  $a$  の配分交通量 (pcu/day) である。

ここで、ネットワーク変数ベクトル  $\mathbf{n}_t$  は、 $\mathbf{s}_t^r$ ,  $\mathbf{s}_t^0$  または  $\mathbf{s}_t^d$  の任意の 1 つを表している。以下では、 $\mathbf{s}_t^r$ ,  $\mathbf{s}_t^0$ ,  $\mathbf{s}_t^d$  のうち、任意の 1 つのベクトル (またはその要素) を表現する場合に  $\mathbf{n}_t$  (または  $n_a^t$ ) を用いることにする。これに対して、特定の 1 つのベクトル (または要素) を示す場合、直接そのベクトル (または要素)、たとえば  $\mathbf{s}_t^0$  (または  $s_a^0(t)$ ) を用いることにする。具体的には、 $t$  年目の任意な一時期のリンク  $a$  の交通量は  $q_a^{\mathbf{n}_t}$  で表し、修繕作業期 ( $\mathbf{n}_t = \mathbf{s}_t^r$ )、通常期 ( $\mathbf{n}_t = \mathbf{s}_t^0$ )、冬期 ( $\mathbf{n}_t = \mathbf{s}_t^d$ ) のうち、どれか一時期の交通量を示す。これに対し、通常期の交通量を特定する必要がある場合、 $\mathbf{n}_t$  の代わりに  $\mathbf{s}_t^0$  を用いて  $q_a^{\mathbf{s}_t^0}$  と表現する。本研究では、 $\mathbf{s}_t^r$ ,  $\mathbf{s}_t^d$  は制御変数と考えられるため、その結果得られる状態変数として表現される MCI 値は、ネットワーク変数として扱っていない。一方、 $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}$  は、ネットワーク変数ベクトル  $\mathbf{n}_t$  と MCI ベクトル  $\mathbf{MCI}^t$  によって決定されるものと仮定し、これらは後述のプロビット型利用者均衡 (Probit-based Stochastic User Equilibrium: PSUE) 原則に従い表現されるものとする。ただし、交通量配分は需要固定型の日配分を仮定する。

## (2) MCI 過程

一般的に道路舗装の管理費用は、舗装の路面状態を示す MCI (Maintenance Control Index) によって規定される。舗装路面の劣化状態を表すものには、わだちぼれ量、ひび割れ率および縦断凹凸量があり、MCI はそれらを統合した指標であり、0 (最大に劣化した状態) から 10 (完全な路面状態) までの値を取り、一般的に年平均大型車日交通量の関数としてその経年変化が表現される。以下では、MCI の劣化過程を考えていく。

$t$  年目の年平均日交通量ベクトルを以下で表す。

$$\mathbf{Q}^t = \mathbf{Q}^t(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}; \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}) = (Q_1^t, \dots, Q_a^t, \dots)^T \quad \forall t$$

ここで、 $Q_a^t$  は  $t$  年目におけるリンク  $a$  の年平均日交通量であり、式(3.1)で与える。

$$Q_a^t = Q_a^t(q_a^{\mathbf{n}_t}; \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}) = \frac{(D^s - ds_a^t)q_a^{\mathbf{s}_t^0} + ds_a^t q_a^{\mathbf{s}_t^r} + D^w q_a^{\mathbf{s}_t^d}}{D^s + D^w} \quad \forall a, \forall t \quad (3.1)$$

where

$$D^s + D^w = 365.$$

$D^s$ : 年間の夏期日数 (days).

$D^w$ : 年間の冬期日数 (days).

式(3.1)の  $ds_a^t = ds_a^t(s_a^r(t))$  は、 $t$  年目にリンク  $a$  において面積  $s_a^r(t)$  の修繕を行うのに要する日数を表し、式(3.2)で表現する (図-1)。

$$ds_a^t(s_a^r(t)) = D_{\max} - \frac{D_{\max}}{\rho_r \cdot s_a^r(t) + 1} \quad \forall t, \forall a \quad (3.2)$$

$D_{\max}$ : 修繕日数の最大値.

$\rho_r$ : パラメータ値.

ここで、修繕日数ベクトルを以下のように表す.

$$\begin{aligned} \mathbf{ds}^t &\equiv \mathbf{ds}^t(s_a^r) \\ &= (ds_1^t, \dots, ds_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

リンクの面積が与えられた場合、その全てを修繕するのに要する期間は所与 ( $D_{\max}$ ) と考えられ、さらに単位面積当たりの修繕時間は修繕面積が大きくなるほど、短くなると考えられるため、式(3.2)に示す関係を仮定した. 一方、 $t$ 年目の MCI ベクトルは、以下で表すことにする.

$$\begin{aligned} \mathbf{MCI}^t &\equiv \mathbf{MCI}^t(s_a^r | \mathbf{B}^{t-1}, \mathbf{MCI}^{t-1}) \\ &= (MCI_1^t, \dots, MCI_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで、 $MCI_a^t \equiv MCI_a^t(s_a^r(t) | B_a^{t-1}, MCI_a^{t-1})$  は、後述する  $t-1$  年目のリンク  $a$  の年平均大型車日交通量が  $B_a^{t-1} \equiv B_a^{t-1}(b_a^{n_{t-1}}; \forall \mathbf{n}_{t-1} \in \{s_{t-1}^r, s_{t-1}^0, s_{t-1}^d\})$ 、そのときの MCI 値が  $MCI_a^{t-1}$  である場合、 $t-1$  年目に  $s_a^r(t)$  だけ修繕したときに実現する  $t$  年目のリンク  $a$  の MCI 値を示している. また、 $t$  年目の年平均大型車日交通量ベクトルは以下で表している.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^t &\equiv \mathbf{B}^t(b_a^{n_t}; \forall \mathbf{n}_t \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}) \\ &= (B_1^t, \dots, B_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{b}^{n_t}$  はネットワーク変数ベクトルが

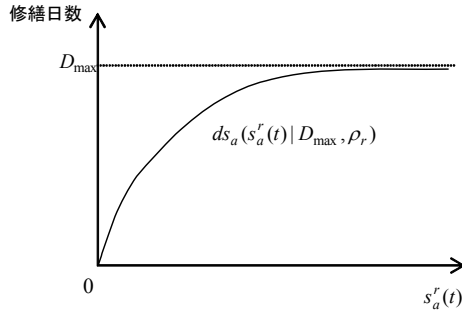


図-1 修繕面積と所要日数の関係

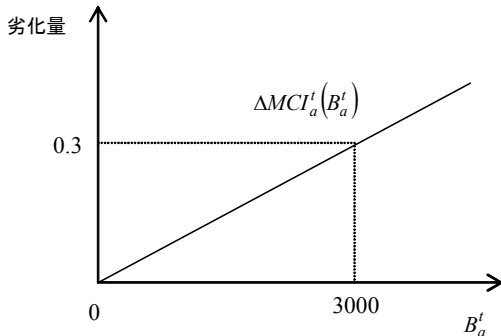


図-2 年平均大型車日交通量と経年劣化の関係

$\forall \mathbf{n}_t \equiv (n_1^t, \dots, n_a^t, \dots)^T \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}$  のときの大型車の配分交通量ベクトルであり、以下で定義している.

$$\mathbf{b}^{n_t} \equiv (b_1^{n_t}, \dots, b_a^{n_t}, \dots)^T \quad \forall \mathbf{n}_t \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}$$

ここで、 $b_a^{n_t} \equiv b_a(n_t | \mathbf{MCI}^t)$  は、現在の MCI 値ベクトルが  $\mathbf{MCI}^t$  の場合、ネットワーク変数ベクトルが  $\mathbf{n}_t \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}$  のときのリンク  $a$  の大型車配分交通量 (pcu/day) である. 各リンクの大型車混入率が同一で  $m_b$  (%), 大型車換算係数を 1.0 (pcu/large vehicle) と仮定した場合、 $B_a^t$  は式(3.8)に示すように簡略化できる.

$$B_a^t = m_b Q_a^t / 100 \quad \forall t, \forall a \quad (3.3)$$

大型車交通量が道路劣化に影響し、さらに経路選択特性が乗用車と異なることを考えると、本来であれば、第 5 章に示す交通モデルでは車種別の定式化を行うことが必要であるが、本研究では行っていない. この問題は、道路舗装の LCC を考える上で重要な要因となるため、モデルへの組み込みを進めていく必要がある.

以上の準備のもと、MCI 値の劣化過程を式(3.4)(3.7)に示す関係で表現する.

$$MCI_a^0 = MCI_{\max} \quad \forall a \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} B_a^t &\equiv B_a^t(b_a^{n_t}; \forall \mathbf{n}_t \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}) \\ &= \frac{(D^s - ds_a(s_a^r(t)))b_a^{s_t^0} + ds_a(s_a^r(t))b_a^{s_t^r} + D^w b_a^{s_t^d}}{D^s + D^w} \quad \forall t, \forall a \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} Mt_a^{t+1} &\equiv Mt_a^{t+1}(MCI_a^t, B_a^t) \\ &= MCI_a^t - \Delta MCI_a^t(B_a^t) \quad \forall t, \forall a \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$MCI_a^{t+1} = \max \left\{ 0, \frac{s_a^r(t) MCI_{\max} + (S_a - s_a^r(t)) Mt_a^{t+1}}{S_a} \right\} \quad \forall t, \forall a \quad (3.7)$$

式(3.4)は、MCI の初期設定を示している. ここで  $MCI_{\max}$  は、MCI の最大値であり、本研究では、姫野ら<sup>8)</sup>の研究を参考に 9.6 とした. 式(3.5)の  $B_a^t$  は、 $t$  年目のリンク  $a$  の年平均大型車日交通量 (large vehicles / day) を示している. 式(3.6)の  $\Delta MCI_a^t(B_a^t)$  は、 $t$  年目に修繕を行わない場合、リンク  $a$  で起こる MCI 劣化量 (MCI/year) であり、 $t$  年目の年平均大型車日交通量の関数として表現されている. また、 $Mt_a^{t+1}$  は、 $t$  年目に修繕を行わない場合、 $t+1$  年目に実現するリンク  $a$  の MCI 値を示している. すなわち、 $t$  年目の年平均大型車日交通量 (式(3.5)) によってその年の劣化量が決定され、これと現在の MCI 値により、 $t$  年目に修繕を行わない場合の  $t+1$  年目の MCI 値が得られ

る(式(3.6))。式(3.7)は、 $t$ 年目に修繕する場合、修繕される面積の MCI 値は  $MCI_{\max}$  まで回復し、修繕されない面積の MCI 値は  $Mt_a^{t+1}$  となり、それぞれの面積に関する加重平均によって、 $t+1$ 年目の MCI 値が得られることを示している。ここで、 $Mt_a^t$ のそのベクトル表示を以下で表すことにする。

$$\begin{aligned} \mathbf{Mt}^t &\equiv \mathbf{Mt}^t(\mathbf{MCI}^{t-1}, \mathbf{B}^{t-1}) \\ &= (Mt_1^t, \dots, Mt_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

清野・岳本<sup>9)</sup>の研究によると、年平均大型車日交通量が D 交通、すなわち 3,000 (large vehicles/day) 以上の場合、MCI は年平均で約 0.3 低下することを実データより明らかにしている。本研究では、分析を簡単にするため年平均大型車日交通量が 3,000 (large vehicles/day) のとき 0.3、0 (large vehicles/day) のとき 0 (自然劣化なし) だけ、1年間に MCI が低下するものとし、その間の交通量に対する劣化量は線形補間により求めることにした(式(3.8)、図-2)。

$$\Delta MCI_a^t(B_a^t) = \frac{1}{10000} B_a^t \quad \forall t, \forall a \quad (3.8)$$

## 4. 費用関数

### (1) 管理者費用

#### a) 修繕費用

$t$ 年目の修繕費用ベクトルを以下で表す。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^t &\equiv \mathbf{f}^t(\mathbf{s}_t^r) \\ &= (f_1^t, \dots, f_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで、 $f_a^t \equiv f_a^t(s_a^r(t))$ は、 $t$ 年目にリンク  $a$  において  $s_a^r(t)$ に相当する面積の修繕を行う時の費用 (yen/year) である。一般的に、修繕面積が広がると道路舗装の修繕単価が安くなる関係が存在する。リンク  $a$  の修繕費用は、リンク  $a$  の修繕面積の関数となることが想定され、本研究では姫野ら<sup>8)</sup>が提案する式(4.1)に示す関係で表現する。

$$f_a^t(s_a^r(t)) = \frac{1.24 \cdot 10^9 s_a^r(t)}{1 + 3.70 \cdot 10^2 \exp(5.44 \cdot 10^{-2} s_a^r(t))} \quad \forall t, \forall a \quad (4.1)$$

式(4.1)に示した修繕費用では、固定費用が表現されていない。実際の修繕作業を想定した場合、固定費用が存在するため、式(4.1)は現実的な設定とはなっていない。しかしながら、固定費用は修繕の集約化による効果を表現するものと考えられるが、こうした効果は、図-1 に示した修繕面積と所要日数の関係や、式(4.1)に示した修繕面積と修繕単価の関係から、間接的に表現されるものと

考えられる。したがって、固定費用を表現しない式(4.1)を用いたとしても、集約化の効果を表現する上では、それほど非現実的な想定とはなっていない。

#### b) 維持管理費用

$t$ 年目の夏期の維持管理費用ベクトルを以下で表す。

$$\begin{aligned} \mathbf{ms}^t &\equiv \mathbf{ms}^t(\mathbf{MCI}^t) \\ &= (ms_1^t, \dots, ms_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで  $ms_a^t \equiv ms_a^t(MCI_a^t)$  は、 $t$ 年目のリンク  $a$  の MCI 値が  $MCI_a^t$  であるときの維持管理費用 (yen/year) を表し、式(4.2)に示す関係で与える<sup>10)</sup>。

$$ms_a^t(MCI_a^t) = 10^5 (180 - 18.8 MCI_a^t) S_a \quad \forall t, \forall a \quad (4.2)$$

$t$ 年目の冬期の路面管理費用ベクトルを以下で表す。

$$\begin{aligned} \mathbf{mw}^t &\equiv \mathbf{mw}^t(\mathbf{s}_t^d) \\ &= (mw_1^t, \dots, mw_a^t, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで  $mw_a^t \equiv mw_a^t(s_a^d(t))$  は、 $t$ 年目のリンク  $a$  への凍結防止剤散布量が  $s_a^d(t)$  であるときの路面管理費用 (yen/year) を表し、式(4.3)に示す関係で与えることにする。

$$mw_a^t(s_a^d(t)) = sc \cdot s_a^d(t) \quad \forall t, \forall a \quad (4.3)$$

sc: 路面管理作業の単価 (yen/unit dispersion).

#### c) 管理者費用

$t$ 年目の管理者費用は、夏期の維持管理費用、修繕費用および冬期の路面管理費用の和となり、式(4.4)で表すことができる。

$$\mathbf{a}_t \equiv (\mathbf{f}^t + \mathbf{ms}^t + \mathbf{mw}^t)^T \mathbf{1} \quad \forall t, \quad (4.4)$$

where  $\mathbf{1} \equiv (1, \dots, 1, \dots)^T$ .

また、 $t$ 年目の道路管理者の予算制約は、一般的に式(4.5)に示す関係で与えられる。

$$(\mathbf{f}^t + \mathbf{ms}^t + \mathbf{mw}^t)^T \mathbf{1} \leq A_t \quad \forall t \quad (4.5)$$

$A_t$ :  $t$ 年目の管理者費用に関する予算制約 (yen/year).

### (2) 利用者費用

#### a) 旅行時間費用

$t$ 年目の旅行時間ベクトルを以下で表す。

$$\begin{aligned} \mathbf{tr}^n &\equiv \mathbf{tr}^n(\mathbf{q}^n) \\ &= (tr_1^n, \dots, tr_a^n, \dots)^T \quad \forall t \end{aligned}$$

ここで  $tr_a^n \equiv tr_a^n(q_a^n, n_a^t)$  は、リンク交通量が  $q_a^n$  である時のリンク  $a$  の旅行時間費用 (hr/day/pcu) であり、式(4.6)で表現する。

$$tr_a^{n_t}(q_a^{n_t}, n_a^t) = t_a^0 \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a^{n_t}}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \\ = \left( \frac{l_a}{v_a^0} \right) \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a^{n_t}}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \quad \forall t, \forall a \quad (4.6)$$

$t_a^0$ : リンク  $a$  の自由旅行時間 (hr).

$l_a$ : リンク  $a$  の延長 (km).

$v_a^0$ : リンク  $a$  の自由旅行速度 (km/hr).

$\alpha, \beta$ : パラメータ.

ここで  $C_a(n_a^t)$  は、リンク  $a$  のネットワーク変数が  $n_a^t$  であるときの交通容量 (pcu/day) であり、以下に示す関係で与えることにする.

$$C_a(n_a^t) = C_a^s \text{ if } n_a^t = s_a^0(t), \quad \forall t, \forall a \quad (4.7)$$

$$C_a(n_a^t) = \begin{cases} \gamma C_a^s & \text{if } n_a^t = s_a^r(t) > 0, 0 \leq \gamma \leq 1.0, \forall t, \forall a \\ C_a^s & \text{if } n_a^t = s_a^r(t) = 0, \forall t, \forall a \end{cases} \quad (4.8)$$

$$C_a(n_a^t) = C_a^s - \frac{\eta C_a^s}{\rho_d \cdot n_a^t + 1} \text{ if } n_a^t = s_a^d(t), \forall t, \forall a, \quad (4.9) \\ 0 \leq \eta \leq 1.0$$

$C_a^s$ : リンク  $a$  の夏期の交通容量.

$\gamma, \rho_d, \eta$ : パラメータ値.

すなわち、夏期の通常期の交通容量 ( $C_a^s$ ) をベースとし (式(4.7)), 修繕作業を行う場合の交通容量は通常期の  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq 1.0$ ) 倍となり (式(4.8)), 冬期の交通容量については、凍結防止剤を散布しない常態では通常期の  $\eta$  ( $0 \leq \eta \leq 1.0$ ) 倍となり、散布するにつれて夏期の容量に漸近して回復する様子を表現している<sup>1)</sup> (式(4.9), 図-3).

#### b) 走行費用

$t$  年目の走行費用ベクトルを以下で表す.

$$\mathbf{dr}^{n_t} \equiv \mathbf{dr}^{n_t}(\mathbf{MCI}_t, \mathbf{v}^{n_t}) \\ = \left( dr_1^{n_t}, \dots, dr_a^{n_t}, \dots \right)^T \quad \forall t \quad (4.10)$$

ここで  $dr_a^{n_t} \equiv dr_a^{n_t}(\mathbf{MCI}_a^t, v_a^{n_t})$  は、 $t$  年目のリンク  $a$  の MCI 値が  $\mathbf{MCI}_a^t$ , そのときのネットワーク変数ベクトル、走行速度をそれぞれ  $\forall \mathbf{n}_t \in \{s_t^r, s_t^0, s_t^d\}$ ,  $v_a^{n_t}$  (km/hr.) とした場合の走行費用 (yen/day/pcu) である. 本研究では清野

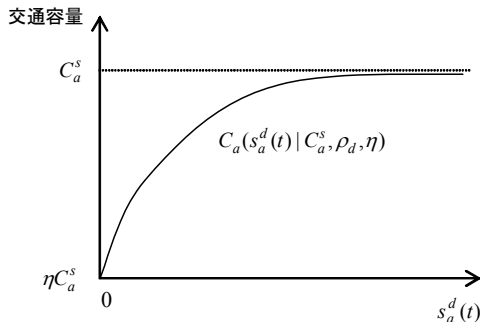


図-3 凍結防止剤散布量と交通容量の関係

ら<sup>12)</sup>の研究を参考に、式(4.11)で与えた.

$$dr_a^{n_t}(\mathbf{MCI}_a^t, v_a^{n_t}) = \left\{ \begin{aligned} &32.58 - 1.828 \mathbf{MCI}_a^t + 0.117 (\mathbf{MCI}_a^t)^2 \\ &- 0.474 v_a^{n_t} + 0.004 (v_a^{n_t})^2 \end{aligned} \right\} l_a \quad \forall t, \forall a \quad (4.11)$$

ここで  $v_a^{n_t} \equiv v_a^{n_t}(q_a^{n_t}, n_a^t)$  は、式(4.6)に示した関係から式(4.12)で与えることができる.

$$v_a^{n_t}(q_a^{n_t}, n_a^t) = v_a^0 / \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{q_a^{n_t}}{C_a(n_a^t)} \right)^\beta \right\} \quad \forall t, \forall a \quad (4.12)$$

#### c) 利用者費用

以上で示した関係を用いると、 $t$  年目の利用者費用は式(4.13)で与えられる.

$$u_t \equiv \left( (\mathbf{D}^s - \mathbf{ds}^t) \otimes \mathbf{q}^{s_t^0} \right)^T \left( tv \otimes \mathbf{tr}^{s_t^0} + \mathbf{dr}^{s_t^0} \right) \\ + \left( \mathbf{ds}^t \otimes \mathbf{q}^{s_t^r} \right)^T \left( tv \otimes \mathbf{tr}^{s_t^r} + \mathbf{dr}^{s_t^r} \right) \\ + \left( \mathbf{D}^w \otimes \mathbf{q}^{s_t^d} \right)^T \left( tv \otimes \mathbf{tr}^{s_t^d} + \mathbf{dr}^{s_t^d} \right) \quad \forall t \quad (4.13)$$

where  $\mathbf{D}^s \equiv (D^s, \dots, D^s, \dots)^T$  and  $\mathbf{D}^w \equiv (D^w, \dots, D^w, \dots)^T$ .

$tv$ : 時間価値 (yen/hr.).

ここで演算記号  $\otimes$  は、行列またはベクトルの乗算を意味する. たとえば、 $\mathbf{M} \otimes \mathbf{N}$  は、 $m_{ij} n_{ij}$  を  $i$  行  $j$  列の要素とする行列となる. ここで  $m_{ij}, n_{ij}$  はそれぞれ、行列  $\mathbf{M}$  と行列  $\mathbf{N}$  の  $i$  行  $j$  列の要素を表している. また、後に使用される演算記号  $\oslash$  は、行列またはベクトルの除算を表すことにする. たとえば、 $\mathbf{M} \oslash \mathbf{N}$  は、 $m_{ij}/n_{ij}$  を  $i$  行  $j$  列の要素とする行列となる. これらの演算では、 $\mathbf{M}$  と  $\mathbf{N}$  のサイズは同一か、またはどちらかがスカラーでなければならない.

#### (3) 一般化費用

$t$  年目の一般化コストは、管理者費用と利用者費用の和となり、式(4.14)で与えられる.

$$g_t = u_t + a_t \quad \forall t \quad (4.14)$$

#### (4) 残存価値

材料の再利用性を考え、道路舗装の資産価値を残存価値として LCC 評価に採り入れることにする.  $t$  年目の残存価値ベクトルを以下で表す.

$$\mathbf{sv}^t \equiv \mathbf{sv}^t(\mathbf{MCI}^t) \\ = \left( sv_1^t, \dots, sv_a^t, \dots \right)^T \quad \forall t$$

ここで  $sv_a^t \equiv sv_a^t(\mathbf{MCI}_a^t)$  は、 $t$  年目のリンク  $a$  における MCI 値が  $\mathbf{MCI}_a^t$  であるときの残存価値である. ここでは、清野・岳本<sup>9)</sup>の研究を参考に、MCI 値が 4 となるまでの

減価分になるものと仮定し、式(4.15)に示す関係で与えることにする。

$$sv_a^t(MCI_a^t) = \max \left\{ 0, \frac{MCI_a^t - 4.0}{MCI_{\max} - 4.0} dp_a \right\} \quad \forall t, \forall a \quad (4.15)$$

where  $dp_a = \frac{V_a}{Y_a} \quad \forall a.$  (4.16)

$sv_a^t$ :  $t$ 年目のリンク  $a$  の残存価値.

$dp_a$ : リンク  $a$  の舗装に関する減価償却費 (yen/year).

$V_a$ : 建設時のリンク  $a$  の資産価値.

$Y_a$ : リンク  $a$  の償却年数.

## 5. プロビット型確率的利用者均衡 (PSUE)

OD ペア  $rs$  間における  $k$  番目の経路に関する一般化時間  $du_k^{rs}$  は、式(5.1)で表される.

$$du_k^{rs} = \sum_a d_a \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall k, \forall rs \quad (5.1)$$

$d_a$ : リンク  $a$  の一般化時間 (hr.).

$\delta_{a,k}^{rs}$ : OD ペア  $rs$  間の  $k$  番目の経路にリンク  $a$  が含まれていれば1, そうでなければ0をとる変数.

ここで一般化時間とは、旅行時間と走行費用を時間換算したものの和と本研究では定義する. このとき、PSUE は式(5.2)に示す不動点問題として定式化できる.

$$\rho_k^{rs} = \hat{\rho}_{rs} P_k^{rs}(\mathbf{du}(\mathbf{p})) \quad \forall k, \forall rs \quad (5.2)$$

where,

$$P_k^{rs} = \Pr(du_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \leq du_j^{rs} + \varepsilon_j^{rs} \quad \forall j \neq k) \quad \forall k, \forall rs \quad (5.3)$$

$$\sum_k \rho_k^{rs} = \hat{\rho}_{rs} \quad \forall rs. \quad (5.4)$$

$\hat{\rho}_{rs}$ : OD ペア  $rs$  間の需要交通量 (pcu/day).

$\hat{\mathbf{p}}$ : 需要交通量ベクトル.

$\mathbf{p}$ : 経路フローベクトル.

$\rho_k^{rs}$ : OD ペア  $rs$  間の  $k$  番目経路を利用する交通量.

$\mathbf{du}$ : 経路一般化時間ベクトル.

$\Pr(\cdot)$ : 括弧内の条件を満たす確率.

PSUE では、誤差項  $\varepsilon_k^{rs} (\forall k, \forall rs)$  に多項正規分布を想定する. ここで、経路フローとリンクフローには式(5.5)に示す関係が成立するため、式(5.2)は式(5.6)としても表現可能である.

$$q_a = \sum_{rs} \sum_k \rho_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall a \quad (5.5)$$

$$\rho_k^{rs} = \hat{\rho}_{rs} P_k^{rs}(\mathbf{d}(\mathbf{q} | \Delta^{rs})) \quad \forall k, \forall rs \quad (5.6)$$

$\mathbf{d}$ : リンク一般化時間ベクトル.

ここで、 $\Delta^{rs}$  は、OD ペア  $rs$  に関する経路-リンクインシデント行列であり、 $a$  行  $k$  列の要素が  $\delta_{a,k}^{rs}$  である.

## 6. LCC 最小化問題の定式化

道路舗装の LCC 最小化問題は、以下に示す Implicit Program として表現できる.

$$\min LCC = C_0 + \sum_{t=1}^{LC-1} \frac{g_t}{(1+r)^t} - \frac{(\mathbf{sv}^{LC})^T \mathbf{1}}{(1+t)^{LC}} \quad (6.1)$$

w.r.t

$$\mathbf{s}_t^r = (s_1^r(t), \dots, s_a^r(t), \dots)^T \quad \forall t \quad (6.2)$$

$$\mathbf{s}_t^d = (s_1^d(t), \dots, s_a^d(t), \dots)^T \quad \forall t \quad (6.3)$$

s.t

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} = \Phi(\mathbf{n}_t | \mathbf{MCI}^t) \quad \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\} \quad (6.4)$$

where,

$C_0$ : 建設費.

$r$ : 割引率.

$LC$ : ライフサイクル (years).

ここで式(6.4)の  $\Phi$  は、MCI ベクトルが  $\mathbf{MCI}$  の場合、ネットワーク変数ベクトル ( $\mathbf{n}$ ) に対する均衡リンクフローを与える  $\mathfrak{R}_+^{\mathbf{n}_t} \rightarrow \mathfrak{R}_+^{\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}}$  の写像であり、式(5.6)に示した不動点問題と式(5.5)の関係から定義される. つまり、以下に示すリンク一般化時間を通じて均衡リンクフローが表現される. ネットワーク変数ベクトルが  $\mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  である場合、リンクの一般化時間ベクトル (hr./day/pcu) を以下で表す.

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t} &\equiv \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{dr}^{\mathbf{n}_t}) \\ &= (d_1^{\mathbf{n}_t}, \dots, d_a^{\mathbf{n}_t}, \dots)^T \end{aligned}$$

ここで  $d_a^{\mathbf{n}_t} \equiv d_a^{\mathbf{n}_t}(q_a^{\mathbf{n}_t}, dr_a^{\mathbf{n}_t})$  は、リンク  $a$  の配分交通量、走行費用がそれぞれ  $q_a^{\mathbf{n}_t}$ ,  $dr_a^{\mathbf{n}_t} (\forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\})$  であるときの一般化時間であり、式(6.5)で表される.

$$\begin{aligned} d_a^{\mathbf{n}_t}(q_a^{\mathbf{n}_t}, dr_a^{\mathbf{n}_t}) &= tr_a^{\mathbf{n}_t}(q_a^{\mathbf{n}_t}) + \frac{dr_a^{\mathbf{n}_t}}{tv} \\ \forall \mathbf{n}_t &\in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\} \quad \forall a \quad (6.5) \end{aligned}$$

上記の LCC 最小化問題は、建設費、管理者費用、利用者費用および道路舗装の残存価値、それぞれを現在価値化した総和の最小化を目的とし、各年の修繕面積ベク

トルおよび凍結防止剤散布量ベクトルを決定する問題である。ただし道路利用者は、夏期においては各リンクの MCI 値および修繕作業による交通容量低下、冬期においては、MCI 値および凍結防止剤散布による交通容量の変化、それぞれを考慮して経路選択を行う構造となっている。

道路の劣化を考えた場合、劣化に関する不確実性を考慮する必要があるが、ここでは表現されていない。また、動学的最適化問題として定式化することができれば、第7章に示すアルゴリズムより効率的なものを適用できる可能性がある。前者については、本研究では道路利用者の交通行動を内生化することに主眼を置いているため、重要な要因であると認識していながら、考慮しないことにした。また、後者については、LCCは道路利用者の交通行動を表す均衡制約を導入した複雑な問題であるため、最も簡単に表現できる均衡制約付き最適化問題として定式化を行っている。

## 7. 解法

### (1) PSUE に基づいた感度分析

ここでは、Clark and Watling<sup>12)</sup> による PSUE に対する感度分析法に基づく解法を示す。任意のネットワーク変数ベクトルを  $\mathbf{n}_t$  で表し、それを所与として得られる均衡フローベクトルを  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}$  で表すことは前述の通りである。このとき、リンクベースの PSUE の不動点問題は式(7.1)で表される。

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}_t}(\mathbf{d}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t))\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{n}_t \quad (7.1)$$

$\mathbf{p}^{\mathbf{n}_t}$  は、ネットワーク変数ベクトルが  $\mathbf{n}_t$  の時のリンク選択確率行列 ( $|A| \times |\Omega|$ ) であり、その  $rs$  列目のベクトルを  $\mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}_t}$  と表現すると、式(7.2)で表される。

$$\mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}_t} = \Delta_{n_t}^{rs} \mathbf{P}_{n_t}^{rs} \quad \forall \mathbf{n}_t, \forall rs \quad (7.2)$$

ここで  $A, \Omega$  は、それぞれリンク集合、OD ペアの集合である。また  $\mathbf{P}_{n_t}^{rs}$  は、ネットワーク変数ベクトルが  $\mathbf{n}_t$  の時の OD ペア  $rs$  に関する経路選択確率列ベクトルである。はじめに、式(7.3)で定義されるベクトル関数を考える。

$$\Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t) \equiv \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} - \mathbf{p}^{\mathbf{n}_t}(\mathbf{d}(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t))\hat{\mathbf{p}} \quad \forall \mathbf{n}_t \quad (7.3)$$

関係する関数が（ここでは変数とみなされる） $\mathbf{n}_t$  に関して微分可能であることを仮定すると、任意の参照点  $(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t) = (\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}, \mathbf{n}_t(k))$  における  $\Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t)$  に関する一次のテーラー展開は式(7.4)で表される。

$$\begin{aligned} & \Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{n}_t) \\ & \approx \Psi(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}, \mathbf{n}_t(k)) + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}} \bigg|_{(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}, \mathbf{n}_t(k))} (\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} - \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}) \\ & \quad + \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}_t} \bigg|_{(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}, \mathbf{n}_t(k))} (\mathbf{n}_t - \mathbf{n}_t(k)) \quad \forall \mathbf{n}_t \end{aligned} \quad (7.4)$$

式(7.4)において、2つの微分項はそれぞれ、 $(\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}, \mathbf{n}_t(k))$  で評価される  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}$  と  $\mathbf{n}_t$  に関する  $\Psi$  のヤコビアン行列であり、以下ではそれぞれ  $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t}$ 、 $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t}$  で表現することにする。 $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t}$ 、 $\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t}$  は、それぞれ式(7.5)、式(7.6)で与えられる (Bell and Iida<sup>14)</sup>)。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t} &= \mathbf{I} - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \left( \Delta_{n_t}^{rs} \frac{\partial \mathbf{P}_{rs}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{du}^{\mathbf{n}_t}} (\Delta_{n_t}^{rs})^T \right) \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}} \\ &= \mathbf{I} - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \frac{\partial \mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}} \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}} \quad \forall \mathbf{n}_t \end{aligned} \quad (7.5)$$

$$\mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t} = - \sum_{rs} \hat{\rho}_{rs} \otimes \frac{\partial \mathbf{p}_{rs}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}} \frac{\partial \mathbf{d}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{n}_t} \quad \forall \mathbf{n}_t \quad (7.6)$$

ここで  $\mathbf{I}$  は単位行列である。このとき  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}$  は、式(7.7)で近似することができる。

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} \approx \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)} - (\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t})^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t} (\mathbf{n}_t - \mathbf{n}_t(k)) \quad \forall \mathbf{n}_t \quad (7.7)$$

したがって、式(7.8)に示す関係が成立する。

$$\frac{\partial \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}}{\partial \mathbf{n}_t} \approx \frac{\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} - \mathbf{q}^{\mathbf{n}_t(k)}}{\mathbf{n}_t - \mathbf{n}_t(k)} = -(\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t})^{-1} \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t} \quad \forall \mathbf{n}_t \quad (7.8)$$

式(5.9)に示したヤコビアン行列 ( $\mathbf{J}_1^{\mathbf{n}_t}, \mathbf{J}_2^{\mathbf{n}_t}$ ) を得るためには、経路選択確率のヤコビアン行列 ( $\partial \mathbf{P}_{rs}^{\mathbf{n}_t} / \partial \mathbf{du}^{\mathbf{n}_t}$ ) を求める必要があるが、これに関しては Daganzo<sup>15)</sup> が提案する方法を適用すると求めることができる。

### (2) 変数の近似表現

一方、本研究で考える LCC 評価は、各年の MCI 値ベクトル ( $\mathbf{MCI}^t \forall t$ ) と各ネットワーク変数ベクトルに対する配分交通量ベクトル ( $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$ ) が得られると、計算可能である。ここで、 $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  は全て PSUE によって表現され、それらが時間を通じて管理者費用と利用者費用に影響を及ぼす。すなわち、本研究で扱う LCC 最小化問題を解くためには、その最小化問題を解く過程で参照される、全ての時点における任意の状態  $\forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  に対応する  $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t}$  が計算されなければならない、計算負荷の極めて高い問題である。そこで、以下では厳密に問題を解かず、上述した感度分析技術によって近似される補助問題を繰り返し解くことによって、解を求めるアルゴリズムを考えていくことに



する。

$t$  年目の MCI 値ベクトルは、前年の修繕面積ベクトルと凍結防止剤散布量ベクトルの関数として表現することができる。前年の修繕面積ベクトルに対する  $t$  年目の MCI 値ベクトルの変化率は、式(3.7)に示した関係から式(7.9a)に示す関係が得られるため、式(7.9b)で表される。

$$\frac{\partial MCI_a^t}{\partial s_{a'}^r(t-1)} = \begin{cases} \frac{MCI_{\max} - Mt_a^{t-1}}{S_a} & \text{if } a = a' \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7.9a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^r} = \text{diag}((MCI_{\max} - \mathbf{M}t^{t-1}) \div \mathbf{S}) \forall t \quad (7.9b)$$

ここで  $\text{diag}(\mathbf{A})$  ( $\mathbf{A}$ : ベクトル) は、 $\mathbf{A}$  の  $i$  番目の要素  $a_i$  を  $i$  行  $i$  列の対角要素とし、それ以外の要素を 0 とする行列である。ここでは、式(4.8)に示した関係において  $s_a^r(t) \geq \varepsilon \forall t, \forall a$  ( $\varepsilon$  は十分小さな正の値) と仮定することによって、 $s_a^r(t-1)$  から  $B_a^{t-1}$  経由の  $MCI_a^t$  への影響はないものとしている。ただし、修繕面積の影響は式(3.2)に示した修繕日数の関係により表現されるため、これが修繕面積による LCC への影響を表現する。一方、前年の凍結防止剤散布量ベクトルに対する  $t$  年目の MCI 値ベクトルの変化率は、式(3.8)が成立する場合、式(7.10)で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} &= \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{M}t^{t-1}} \frac{\partial \mathbf{M}t^{t-1}}{\partial \mathbf{B}^{t-1}} \frac{\partial \mathbf{B}^{t-1}}{\partial \mathbf{Q}^{t-1}} \frac{\partial \mathbf{Q}^{t-1}}{\partial \mathbf{q}^{s_{t-1}^d}} \frac{\partial \mathbf{q}^{s_{t-1}^d}}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \\ &= \text{diag} \left( \left( (\mathbf{S} - \mathbf{s}_{t-1}^r) \div \mathbf{S} \right) \otimes \left( -\frac{1}{10000} \right) \right) \frac{\partial \mathbf{q}^{s_{t-1}^d}}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \forall t \\ &\quad \otimes \frac{m_b}{100} \otimes (\mathbf{D}^w \div 365) \end{aligned} \quad (7.10)$$

where

$$\mathbf{S} \equiv (S_1, \dots, S_a, \dots)^T.$$

式(7.4)に示した同様の考えを適用し、 $\mathbf{MCI}^t$  が  $\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d$  に関して微分可能であることを仮定すると、任意の参照点  $(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) = (\mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))$  における  $\mathbf{MCI}^t$  に関する一次のテーラー展開は式(7.11)で表され、これにより、任意の実行可能な  $\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d$  に対する MCI 値ベクトルを近似できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{MCI}^t(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) &\approx \mathbf{MCI}^t(\mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k)) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^r} \bigg|_{(\mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^r - \mathbf{s}_{t-1}^r(k)) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \bigg|_{(\mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^d - \mathbf{s}_{t-1}^d(k)) \end{aligned}$$

$$\equiv \tilde{\mathbf{MCI}}^t(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \forall t \quad (7.11)$$

ここで  $\mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k)$  は、それぞれ  $t-1$  年目の修繕面積ベクトルと凍結防止剤散布量ベクトルに関する任意の参照点であり、これらの点においてヤコビアンが計算される。

次に均衡フローの近似表現を考えていく。 $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0\}$  については、 $t-1$  年目の修繕面積ベクトルにより、MCI 値が変化し、その結果、均衡フローも変化する。さらに、式(7.10)に示した結果から、 $t-1$  年目の凍結防止剤散布量ベクトルにより、MCI 値が変化し、その結果、均衡フローも変化する。以上、2 つの効果を考え、式(7.11)に示した同様な処理を適用すると、 $\mathbf{q}^{\mathbf{n}_t} \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0\}$  は、それぞれ式(7.12)、式(7.13)で近似することができる。

$$\begin{aligned} &\mathbf{q}^{s_t^r}(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \\ &\approx \mathbf{q}^{s_t^r}(\mathbf{s}_t^r(k), \mathbf{MCI}^t) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^r}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^r} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^r - \mathbf{s}_{t-1}^r(k)) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^r}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^d - \mathbf{s}_{t-1}^d(k)) \\ &\equiv \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^r}(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \forall t \end{aligned} \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{q}^{s_t^0}(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \\ &\approx \mathbf{q}^{s_t^0}(\mathbf{s}_t^0, \mathbf{MCI}^t) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^0}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^r} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^r - \mathbf{s}_{t-1}^r(k)) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^0}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^d - \mathbf{s}_{t-1}^d(k)) \\ &\equiv \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^0}(\mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \forall t \end{aligned} \quad (7.13)$$

一方、 $\mathbf{q}^{s_t^d}$  については、上記 2 つの効果の他に、 $t$  年目の凍結防止剤散布量ベクトルが均衡フローに直接与える効果を考えなければならない。これを踏まえると、 $\mathbf{q}^{s_t^d}$  は式(7.14)で近似することができる。

$$\begin{aligned} &\mathbf{q}^{s_t^d}(\mathbf{s}_t^d, \mathbf{s}_{t-1}^r, \mathbf{s}_{t-1}^d) \\ &\approx \mathbf{q}^{s_t^d}(\mathbf{s}_t^d(k), \mathbf{MCI}^t) \\ &\quad + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^d}}{\partial \mathbf{s}_t^d} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^d(k), \mathbf{s}_{t-1}^r(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k))} (\mathbf{s}_t^d - \mathbf{s}_t^d(k)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^d}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^r} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^d(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k), \mathbf{s}_{t-1}^r(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^r - \mathbf{s}_{t-1}^r(k)) \\
& + \frac{\partial \mathbf{q}^{s_t^d}}{\partial \mathbf{MCI}^t} \frac{\partial \mathbf{MCI}^t}{\partial \mathbf{s}_{t-1}^d} \bigg|_{(\mathbf{s}_t^d(k), \mathbf{s}_{t-1}^d(k), \mathbf{s}_{t-1}^r(k))} (\mathbf{s}_{t-1}^d - \mathbf{s}_{t-1}^d(k)) \\
& \equiv \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^d}(\mathbf{s}_t^d, \mathbf{s}_{t-1}^d, \mathbf{s}_{t-1}^r) \quad \forall t
\end{aligned} \tag{7.14}$$

ここで、 $\partial \mathbf{q}^{s_t^d} / \partial \mathbf{s}_t^d$  と  $\partial \mathbf{q}^{n_t} / \partial \mathbf{MCI}^t \quad \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  を求める必要があるが、これは先述の PSUE に対する感度分析を行うことで得られる。

### (3) 近似変数ベクトルを用いた解法

LCC 最小化問題は、第 6 章で示した問題を厳密に解かずに、式(7.12)~(7.14)で近似される変数によって構成される補助問題を繰り返し解くことによって厳密解を求めることにする。この考え方は、参考文献<sup>10)</sup>に示した解法をベースとするものである。上記の解法は、制御変数ベクトルが 1 つの一期間問題を対象としているが、ここで提案する解法は、制御変数ベクトルが 2 つの多期間問題を解くための改良を施されており、この点で従来の解法とは異なる。以下にそのアルゴリズムを示す。

#### Step 0

$k=0$  として、初期実行可能解  $\mathbf{s}_t^r(k), \mathbf{s}_t^d(k) \quad \forall t$  を与える。

#### Step 1

現在のネットワーク変数ベクトル  $\mathbf{s}_t^r(k), \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d(k) \quad \forall t$  を所与として PSUE を解き、 $\mathbf{q}^{s_t^r(k)}, \mathbf{q}^{s_t^0}, \mathbf{q}^{s_t^d(k)} \quad \forall t$  を求める。ここで PSUE は、MSA<sup>10)</sup>を適用することによって解くことができる。

#### Step 2

現在のネットワーク変数ベクトルを所与として、 $\partial \mathbf{q}^{s_t^d} / \partial \mathbf{s}_t^d$ 、 $\partial \mathbf{q}^{n_t} / \partial \mathbf{MCI}^t \quad \forall t, \forall \mathbf{n}_t \in \{\mathbf{s}_t^r, \mathbf{s}_t^0, \mathbf{s}_t^d\}$  を計算し、これと式(7.11)~(7.14)に示した関係から近似変数ベクトル  $\tilde{\mathbf{MCI}}^t, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^r}, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^0}, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^d} \quad \forall t$  を求める。

#### Step 3

Step 2 で求めた  $\tilde{\mathbf{MCI}}^t, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^r}, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^0}, \tilde{\mathbf{q}}^{s_t^d} \quad \forall t$  を式(6.1)に代入して得られる LCC 最小化問題の補助問題を解き、ここで得られた解を  $\mathbf{s}_t^r(k+1), \mathbf{s}_t^d(k+1) \quad \forall t$  とする。ただし、ここで得られる解は、上記の近似変数ベクトルが非負となる条件を満たすものである。ここでの最小化問題は、非線形最適化問題に対する標準的な解法（たとえば、SQP 法<sup>17)</sup>）によって解くことが可能である。

#### Step 4

以下の 2 つの条件を満たす場合、 $\mathbf{s}_t^r(k+1), \mathbf{s}_t^d(k+1) \quad \forall t$  を最適解として終了。そうでなければ、 $k = k + 1$  として

Step 1へ。ここで  $\varepsilon_r, \varepsilon_d$  は、それぞれ修繕面積、凍結防止剤散布量に関する収束半径を示す正の十分小さな値である。

$$\begin{aligned}
& \max |\mathbf{s}_t^r(k) - \mathbf{s}_t^r(k+1)| \leq \varepsilon_r \quad \forall t \\
& \max |\mathbf{s}_t^d(k) - \mathbf{s}_t^d(k+1)| \leq \varepsilon_d \quad \forall t
\end{aligned}$$

ここで示したアルゴリズムでは、LCC が狭義の凸関数となっている場合、その最適解近傍では LCC 最小化問題とその補助問題は一致するため、最終的には解析解に収束することが期待される（詳細は付録に示す）。一方、図-1 に示した関係から、費用が凹関数として表現されているため、LCC が狭義の凸関数となっている保証はない。そのため、初期解の与え方によって異なる解が得られる可能性は否定できない。こうした状況下でも、ここで示したアルゴリズムを適用すると、複数の初期解に対応した解を解析的に求めることができる。さらに、得られた解の安定性を検討すれば、意味のある解（安定的な解）であるかどうかについての検討も可能である。ここで、初期解はそれほど多く与える必要はない。このように、初期解に対応した均衡解の意味を検討できれば、複数解が存在する問題にも十分に対応できる。こうした検討が可能なのは、問題を解析的なアルゴリズムで解けるように定式化しているためである。

## 8. 計算例

ここでは、図-4 に示す 6 個のノード、10 本のリンク（矢印の左側のアルファベットがリンク識別子である）から構成されるテストネットワークを対象に LCC 評価を行った。各リンク特性は全て等しく、延長 1.0 (km)、自由走行速度 60 (km/hr.)、交通容量 50,000 (pcu/day)、総面積 9,000 (m<sup>2</sup>) と仮定している。BPR 関数のパラメータ値 ( $\alpha, \beta$ ) は、(0.48, 2.82) とした。ネットワークに与えた OD 交通量を表-1 に示す。また、各リンクの減価償却費は、1.0 (million yen/year) と設定した。旅行時間費用に関係する時間価値は、第 11 次五箇年計画による乗用車を対象とした値を参考に、53.12×60 (yen/hr.) とした。LCC の目的関数に含まれる建設費は、ここでは、問題に直接影響しないため考慮しないことにした。MCI の低下に関係する大型車交通量は、一律リンクの配分交通量の 10 (%)、修繕作業に伴う交通容量は通常期の 5 割 ( $\gamma = 0.5$ ) まで低下、修繕作業に要する日数に関するパラメータ値は、( $\rho_r, D_{\max}$ ) = (1.0, 5.0) と仮定している。冬期の交通容量にパラメータ値は、( $\rho_d, \eta$ ) = (1.0, 0.7) とし、凍結防止剤散布量の最大値は 10 (無単位) と仮定した。また、 $D^w = 60$  (days),

$sc = 1.0$  (million yen/unit dispersion) と設定している。プロビット型モデルにおける誤差項の設定は、自由旅行時間の30%に相当する分散値を各リンクに与えた。最後に、費用を現在価値に換算するための割引率は4.0(%)とし、評価年数を40(years)として計算を行うことにする。

表-2、表-3、表-4は、LCCが最小化された際の通常期、修繕作業期、冬期それぞれの配分交通量の平均および分散を示している。これらは、初期実行可能解として修繕面積ベクトル、凍結防止剤散布量ベクトルをすべて0として与えて得られたものである。これらの表から、期に関わらずリンク  $b, d, f, h$  の配分交通量が他のリンクと比較して多いことがわかる。これは、与えたネットワーク構造とOD交通量の設定の影響であると考えられる。

図-5は、修繕面積の推移を示している。これより、修繕を行う場合、リンクすべての面積を修繕するのがよいとの結果が得られた。図-6にMCI値の推移を示す。以上より、交通量の多いリンク  $b, d, f, h$  では、修繕回数が2回、交通量の少ないそれ以外のリンクでは修繕回数が3回という結果が得られた。これは、修繕作業に伴う道路利用者の旅行時間の増加が影響したものと考えられる。すなわち、ここで示した例に関しては、交通量が多いリンクにおける修繕作業による交通時間損失は、MCIを高いレベルで維持することによる走行費用の削減よりも大きいため、修繕作業を少なくした方がLCC最小化の観点で効率的であると判断されたものといえる。

図-6、表-4にそれぞれ、凍結防止剤散布量の推移、冬期における配分交通量の平均値およびその分散を示す。これらから、 $b, d, f, h$ といった配分交通量の多いリンクには、多くの凍結防止剤が散布されており、利用状況に応じた散布量が得られていることがわかる。冬期の問題に関しては、凍結防止剤散布による交通時間損失は表現されていないため、このような結果が得られたものと考えられる。

前述のように、図-1や式(4.1)に示した関係から、1本のリンクに着目すると、修繕する場合はすべての面積を対象とするという、集約による効果は表現された結果となっている。ただし、修繕箇所の集約による効果は、修繕費用に固定費用が表現されていないため、現れていない可能性がある。これについては、集約の効果と交通影響とのトレードオフの関係で決定されるため、修繕費用に固定費用を表現した上での検討が必要となる。

表-1 OD交通量

from→to	traffic volume (pcu/day)
1→6	60,000
2→5	40,000

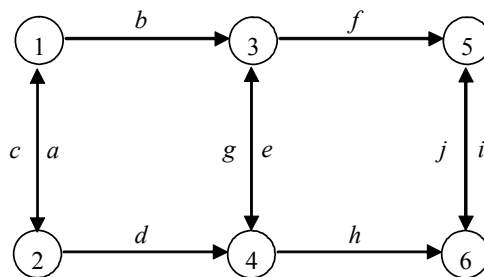


図-4 テストネットワーク

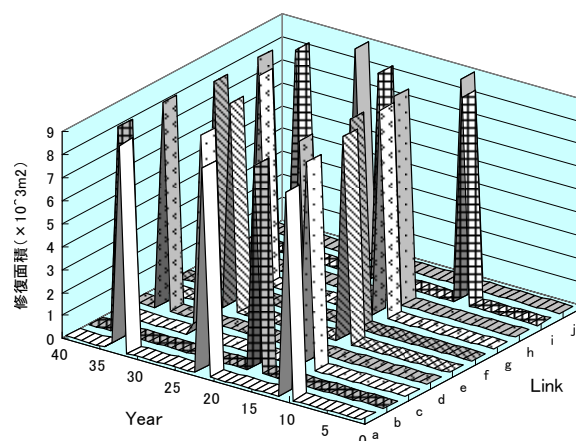


図-5 修繕面積の推移

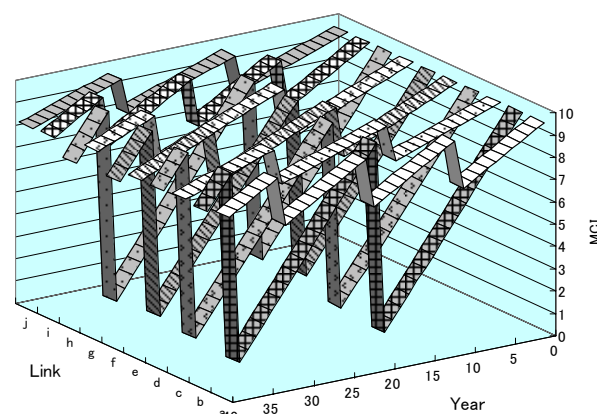


図-6 MCI値の推移

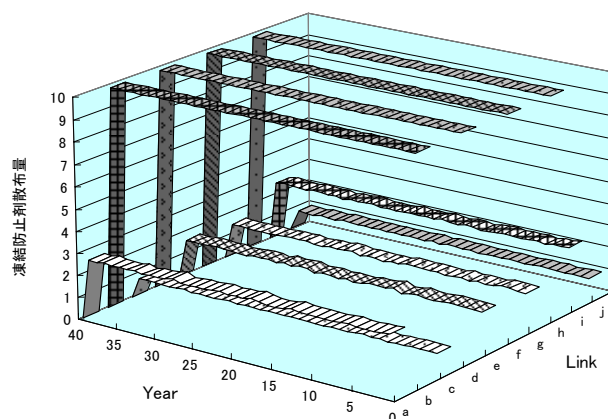


図-7 凍結防止剤散布量の推移

表-2 配分交通量 (通常期)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
平均 (10 <sup>3</sup> pcu/day)	220	506	126	494	161	494	150	506	129	125
分散	232	107	107	107	599	124	411	124	316	195

表-3 配分交通量 (修繕作業期)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
平均 (10 <sup>3</sup> pcu/day)	213	504	117	496	174	496	167	504	213	117
分散	46.5	15.5	35.5	15.5	62.7	12.3	45.3	12.3	53.3	32.6

表-4 配分交通量 (冬期)

	リンク									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
平均 (10 <sup>3</sup> pcu/day)	217	505	123	495	166	495	155	505	217	122
分散	191	69.6	24.0	70.0	664	87.3	839	87.3	257	291

## 9. まとめ

本研究では、積雪寒冷地における冬期の交通状況を考慮した道路舗装の LCC 評価モデルを提案した。また、PSUE の感度分析を適用した解法も示した。モデルでは、夏期においては路面劣化状態、修繕作業に伴う交通容量の減少、冬期においては凍結防止剤散布により変化する交通容量を考慮した道路利用者の経路選択を内生化している。その結果、こうした交通状況を反映した上で、LCC を最小化する修繕作業計画と凍結防止剤散布量計画が得られることが、計算例より示された。

計算例で示した問題は、各リンクに対して 2 つの変数（修繕作業面積、凍結防止剤散布量）を有し、さらに 40 年間を通して計算される LCC を考える必要があり、未知変数が 800 個となる大規模な問題である（ここでは、均衡フローの数は数えていない）。したがって、極めて計算負荷が大きく、改善の余地が残されている。リンクではなく国道、県道等、道路種別毎に分類される経路や、それらを集約した小ネットワークを単位として修繕計画、冬期の路面管理計画を立てるのがより現実的であると考えられる。このような定式化を行った場合、大幅な未知変数の減少が期待でき、計算効率の向上を図ることができる。また、PSUE を計算するため、本研究ではモンテカルロシミュレーションを適用した MSA を適用しており、この部分の計算負荷が大きい。近年では、モンテカルロシミュレーションを適用せずに PSUE フローを計算する方法も提案されており、これを適用することによって、計算の効率化が図られると考えられる。現時点では、これらの課題が残されており、大規模なネットワークへの適用な困難な段階にあることは否定できない。しかし

ながら、上記の課題は技術的には解決可能であると考えられ、特に修繕単位集約化によって未知変数の数を削減できれば、最適化問題として定式化することの意味も見出せるものと考えられる。これら 2 点については、今後の課題としたいが、現実問題への適用を念頭に置き、さらに研究を進めていく所存である。

## 付録

ここでは、第 7 章で示した近似変数を用いて表現される補助問題のテンポラルな制御変数における勾配は、その近傍では、元の問題の勾配を近似できることを示す。このように近似できる場合、この勾配情報を用いて補助問題を繰り返し解くことによって、解析解に収束することが期待できる。

問題の構造を簡単にするため、修繕面積ベクトルと凍結防止剤散布ベクトルをまとめた制御変数ベクトルを  $\mathbf{x}$  で表現する。また、各期の配分交通量ベクトルをまとめたものを  $\mathbf{f}$  で表現し、さらに、MCI ベクトルは  $\mathbf{g}$  で表現することにする。ここで、配分交通量に関する費用ベクトルを  $\mathbf{y}$ 、MCI に関する費用ベクトルを  $\mathbf{z}$  で表現すると、以下の関係式が成立する。

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}(\mathbf{f}(\mathbf{x})) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\mathbf{g}(\mathbf{x})) \quad (\text{A.2})$$

このとき、目的関数となる LCC を  $V$  で表すと、式(A.3)で表現される。

$$V = V(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \quad (\text{A.3})$$

式(A.3)の制御変数に関する勾配は、式(A.4)で表される。

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{f}} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}} \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{g}} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{A.4})$$

ここで、任意の制御変数ベクトル  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(k)$  における勾配を式(A.5)で表現する。

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} \equiv \mathbf{w}(\mathbf{x}(k)) \quad (\text{A.5})$$

式(7.12)式(7.14)および式(7.11)に相当する  $\mathbf{f}$  と  $\mathbf{g}$  の制御変数ベクトルに関する  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(k)$  における一次のテーラー展開は、それぞれ式(A.6)、式(A.7)で表現される。

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{A}(\mathbf{x}(k))(\mathbf{x} - \mathbf{x}(k)) \equiv \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}), \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(k))(\mathbf{x} - \mathbf{x}(k)) \equiv \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}), \quad (\text{A.7})$$

where

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} \equiv \mathbf{A}(\mathbf{x}(k)) \text{ and } \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} \equiv \mathbf{B}(\mathbf{x}(k)).$$

一方、近似変数（式(A.6)および式(A.7)）を用いて表現される補助問題を式(A.8)で定義する。

$$\tilde{V} \equiv V(\mathbf{y}(\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x})), \mathbf{z}(\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}))) \quad (\text{A.8})$$

式(A.8)の制御変数ベクトルに関する  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(k)$  における勾配は、式(A.9)で表される。

$$\begin{aligned}\left.\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} &= \left.\frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \tilde{\mathbf{f}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} + \left.\frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}} \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \tilde{\mathbf{g}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{g}}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)} \\ &= \frac{\partial V}{\partial \mathbf{y}} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \tilde{\mathbf{f}}} \mathbf{A}(\mathbf{x}(k)) + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{z}} \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \tilde{\mathbf{g}}} \mathbf{B}(\mathbf{x}(k)) \\ &= \mathbf{u}(\mathbf{x}(k))\end{aligned}\quad (\text{A.9})$$

$\mathbf{x}=\mathbf{x}(k)$  の場合、 $V=\tilde{V}$ 、 $\mathbf{w}(\mathbf{x}(k))=\mathbf{u}(\mathbf{x}(k))$  となり、式(A.3)と式(A.8)の値および勾配は一致し、その近傍であれば、補助問題の勾配が元の問題の勾配を近似できることがわかる。すなわち、式(A.9)は、式(A.4)において、 $\partial \tilde{\mathbf{f}}/\partial \mathbf{x} \approx \mathbf{A}(\mathbf{x}(k))$  および  $\partial \tilde{\mathbf{g}}/\partial \mathbf{x} \approx \mathbf{B}(\mathbf{x}(k))$  とできる場合を想定して得られた勾配となっている。

#### 参考文献

- 1) 北海道土木技術会舗装研究委員会：最新舗装マネジメント，2000.
- 2) 内田賢悦，加賀屋誠一，佐々木恵一，東本靖史：経路選択行動を内生化した道路ネットワークにおける舗装の LCC 評価に関する研究，土木学会論文集 D，Vol. 62, No. 1, pp.157-166, 2006.
- 3) Junk, F. W., Kher, R. K., and Phang, W. A.: OPAC, A Performance Prediction Subsystem, Flexible Pavement, Research Report 200, Ontario Ministry of Transportation and Communications, 1970.
- 4) Kher, R. K., Phang, W. A.: OPAC, Economic Analysis Elements, Research Report 201, Ontario Ministry of Transportation and Communications, 1974.
- 5) Watanatada, T., Haral, C. G., Paterson, W. D. O., Dhareshwer, A. M., Bhandari, A., and Tsunokawa, K.: The Highway Design and Maintenance Model: Description of the HDM-III Model, The Highway Design and Maintenance Standards Series, Volume I and II, World Bank, Transportation Department, Washington, D. C., 1987.
- 6) 栗野盛光，小林潔司，渡辺晴彦：不確実性下における道路舗装の最適補修ルール，土木学会論文集，No.667/IV-50, pp.1-14, 2001.
- 7) 田村謙介，小林潔司：不確実性下における道路舗装の最適補修投資ルール，土木計画学論文集，No.18(1), pp.97-107, 2001.
- 8) 姫野賢治，弓削富司夫，石谷雅彦，亀山修一，笠原篤：支持力を考慮に入れた舗装の維持修繕計画の最適化，第 2 回舗装工学講演会講演論文集，pp.17-22, 1997.
- 9) 清野昌貴，岳本秀人：ライフサイクルコストを考慮した舗装の最適管理水準の検討，北海道開発土木研究所月報 No.622, pp.31-38, 2005.
- 10) 建設省：舗装の管理水準と維持修繕工法に関する総合的研究，第 41 回建設省技術研究会報告，1987.
- 11) 内田賢悦，加賀屋誠一：積雪寒冷地における凍結防止剤の最適散布量決定に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.800/IV-69, pp.87-100, 2005.
- 12) 清野昌貴，岳本秀人，石田樹，丸山記美雄：積雪寒冷地における舗装のライフサイクルコスト分析，北海道開発土木研究所月報 No.608, pp.1-9, 2004.
- 13) Clark, S. D. and Watling, D. P.: Sensitivity analysis of the probit-based stochastic user equilibrium assignment model. *Transportation Research* 36B, pp.617-635, 2002.
- 14) Bell, M. and Iida, Y.: *Transportation Network Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester, UK., 1997.
- 15) Daganzo, C.: *Multinomial Probit: The theory and Its Application to Demand Forecasting*, Academic Press Inc, New York, 1979.
- 16) Sheffi, Y.: *Urban Transportation Networks*, Prentice-Hall, New Jersey, 1985.
- 17) Connors, R. D., Sumalee, A. and Watling, D.P.: Variable demand probit-based network design problem: Implicit programming approach, *10th world conference on transport research* (CD-ROM), 2004.

(2005. 6. 14 受付)

## A STUDY ON AN EVALUATION METHOD FOR LCC OF PAVEMENTS CONSIDERING WINTER TRAFFIC SITUATION IN COLD REGIONS

Ken'etsu UCHIDA, Seiichi KAGAYA

A method for evaluating LCC of pavements considering drivers' route choice behaviors is proposed in this study. It is assumed that drivers will change their route choices due to the changes in driving cost brought by deterioration of surface condition of pavements, and the changes in traffic capacities brought by both surface conditions in summer when repair works are made to pavements, and in winter when antifreezing admixture dispersion is carried out. LCC minimization problem is formulated as an implicit program, in which LCC is minimized subject to probit-based SUE which expresses drivers' route choices. A simple numerical example obtained by using test network is lastly presented.

## 第 4 部

### 感知器データを活用した冬期交通容量の推定法



## 交通流の特性

### (1) 交通流の基本的な性質

交通流(*Traffic stream*)は、道路上を同じ方向に進行している車両あるいは歩行者の交通の集まりであり、通常は車両交通をさす。交通流を表現する基本的な状態量には交通量  $q$ 、空間平均速度  $v$ 、交通密度  $k$  があり、 $q = k \times v$  の関係がある。

また、交通流は交通量が最大となる臨界点を境にして、各車両が自由に走行できる自由流(非渋滞流)領域と、下流から受ける影響のために走行の自由が拘束される渋滞流領域の二つの状態に分けることができ、これら 2 つの状態で特性が大きく異なる。

以上の 3 者はそれぞれが相関関係を持ち、 $q$ - $v$  相関、 $k$ - $v$  相関、 $k$ - $q$  相関は交通流を考える上で重要な関係である。以下にこの関係を説明する。

### (2) 交通量と平均速度 ( $q$ - $v$ 相関)

横軸に交通量、縦軸に平均速度をとると、両者の関係は図 1 のようになる。交通量が少ないとき、速度は大きく(速く)、交通量が増加するにつれ速度は減少する。そして、交通量が最大になると、速度が減少するにつれ交通量も減少し、この最大値の前後で自由流と渋滞流とその流れが分けられる。また、A 点の状態のとき、原点から引かれた線分 OA の傾き ( $= q/v$ ) が交通密度を表す。

$q$ - $v$  相関においては、1 つの交通量に対して 2 つの速度が存在する。いま、交通量  $q_1$  に対して  $v_1$  と  $v'_1$  があり、それぞれの交通密度を  $k_1$ 、 $k'_1$  比べると、 $k_1 < k'_1$  という関係にある。A 点の様な自由流領域では走行速度は速いが、走行している車両の実台数が少ないため、ある地点を通行する車両の台数として観測される交通量は  $q$  となる。一方、B 点の様な渋滞流領域では走行速度は遅いが車両の実台数が多いため、交通量は A 点と同様の交通量  $q$  となる。

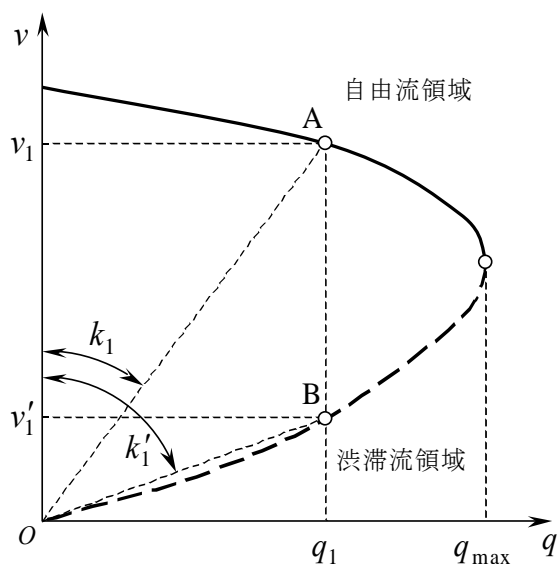


図 1  $q$ - $v$  曲線

### (3) 交通密度と平均速度 ( $k$ - $v$ 相関)

横軸に交通密度, 縦軸に平均速度をとると, 両者の関係は図 2 のようになる. 交通密度が小さいとき, 速度は大きく(速く), 交通密度が増加するにつれ速度は減少する. また, A 点の状態のとき, 斜線部の内部面積 ( $= k \times v$ ) が交通量を表す.

交通密度は道路の混雑度を表すものであり,  $k$  が大きくなる, すなわち混雑度が大きくなると, 車頭間隔の減少にともない速度が減少する. また, A, B 点において交通量  $q$  は等しくなることがわかる.

速度-密度曲線については, 多くの研究者が様々な関数形を誘導しており, それらのいくつかを以下に示す.

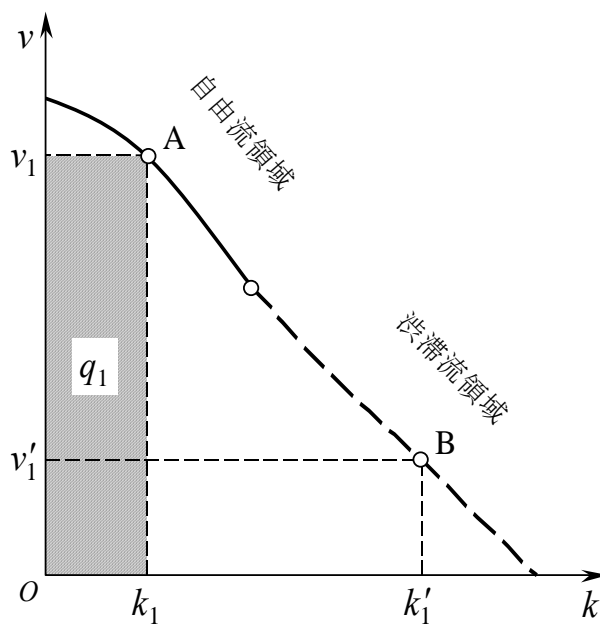
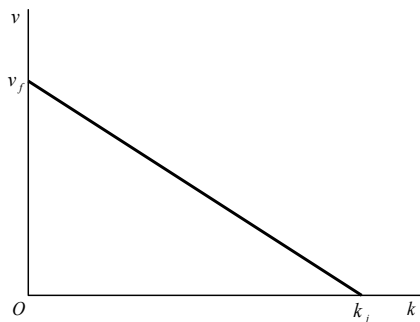


図 2  $k$ - $v$  曲線

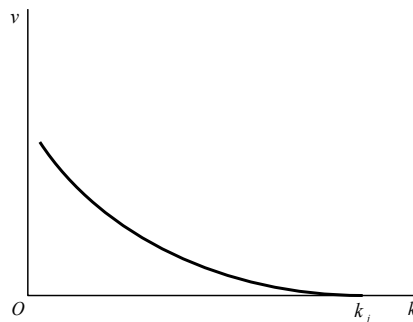
#### ① B. D. Greenshields, E. S. Olcott

$$v = v_f \left( 1 - \frac{k}{k_j} \right)$$



#### ② H. Greenberg

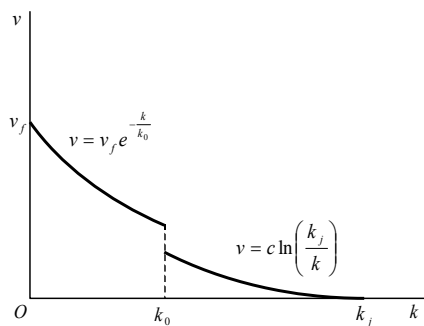
$$v = c \ln \left( \frac{k_j}{k} \right)$$



③ *L. C. Edie*

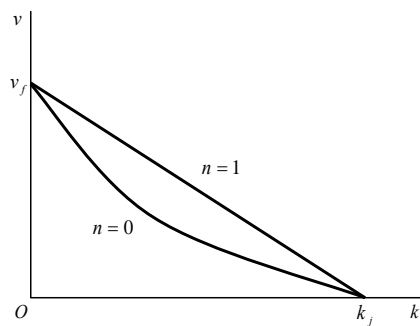
$$v = v_f e^{-\frac{k}{k_0}} \quad \cdots \text{非洪滯流}$$

$$v = c \ln\left(\frac{k_j}{k}\right) \quad \cdots \text{洪滯流}$$



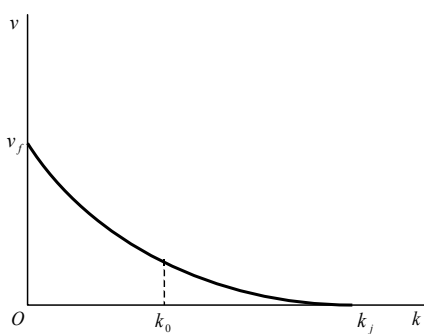
④ *D. R. Drew*

$$v = v_f \left\{ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right\}$$



⑤ *R. T. Underwood*

$$v = v_f e^{-\frac{k}{k_0}}$$



⑥ *J. Drake*

$$v = v_f e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{k}{k_0} \right)^2}$$

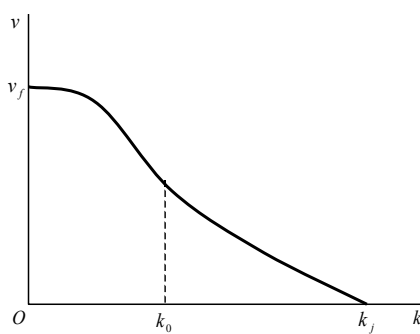


圖 3  $k$ - $v$  曲線

(4) 交通密度と交通量( $q$ - $k$  相関)

横軸に交通密度, 縦軸に交通量をとると, 両者の関係は図 4 のようになる. 交通密度が低いとき, 交通量は多く, 交通密度が増加するにつれ交通量は増加する. そして, 交通量が最大になると, 交通密度が増加するにつれ交通量は減少する. この最大値の前後で自由流と渋滞流とその流れが分けられる. また, C 点の状態のとき, 原点から引かれた線分 OC の傾き( $= q/k$ )が平均速度を表す.

$q$ - $k$  相関においては, 2 つの交通密度に対して 1 つの交通量が存在する. これについても, 低密度・高速の自由流領域と高密度・低速の渋滞流領域においてそれぞれ交通量が観測されるためである.

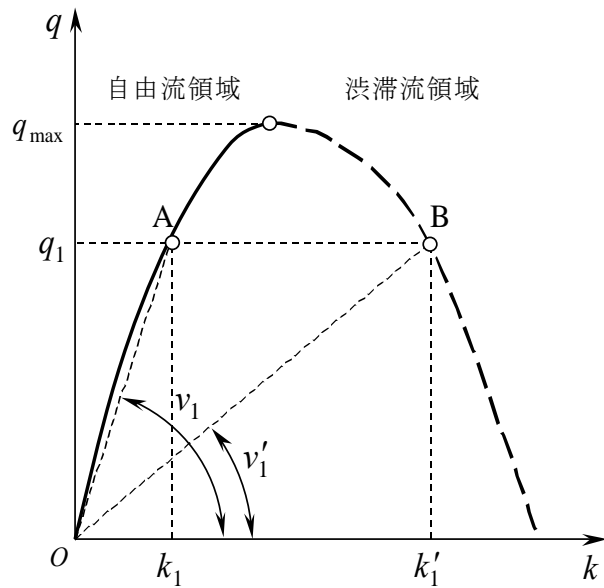


図 4  $q$ - $k$  曲線

(5) 交通流の特性値

平均速度, 交通密度, 交通量の関係を図 5 に示した. まず,  $q$ - $k$  相関において交通量が最大となる点を最大交通量  $q_c$  という. 最大交通量が走行する時の速度を臨界速度 (Critical speed)  $v_c$  といい, またこの時の交通密度を臨界密度 (Critical density)  $k_c (= q_c / v_c)$  という. 最大交通量を境に交通流の様相は自由流と渋滞流に区別される. 交通量が 0 のときの速度を自由速度 (Free speed)  $v_f$  といい, また  $k_j$  (速度, または交通量が 0 となる交通密度) は飽和密度 (Jam density) と呼ばれる.

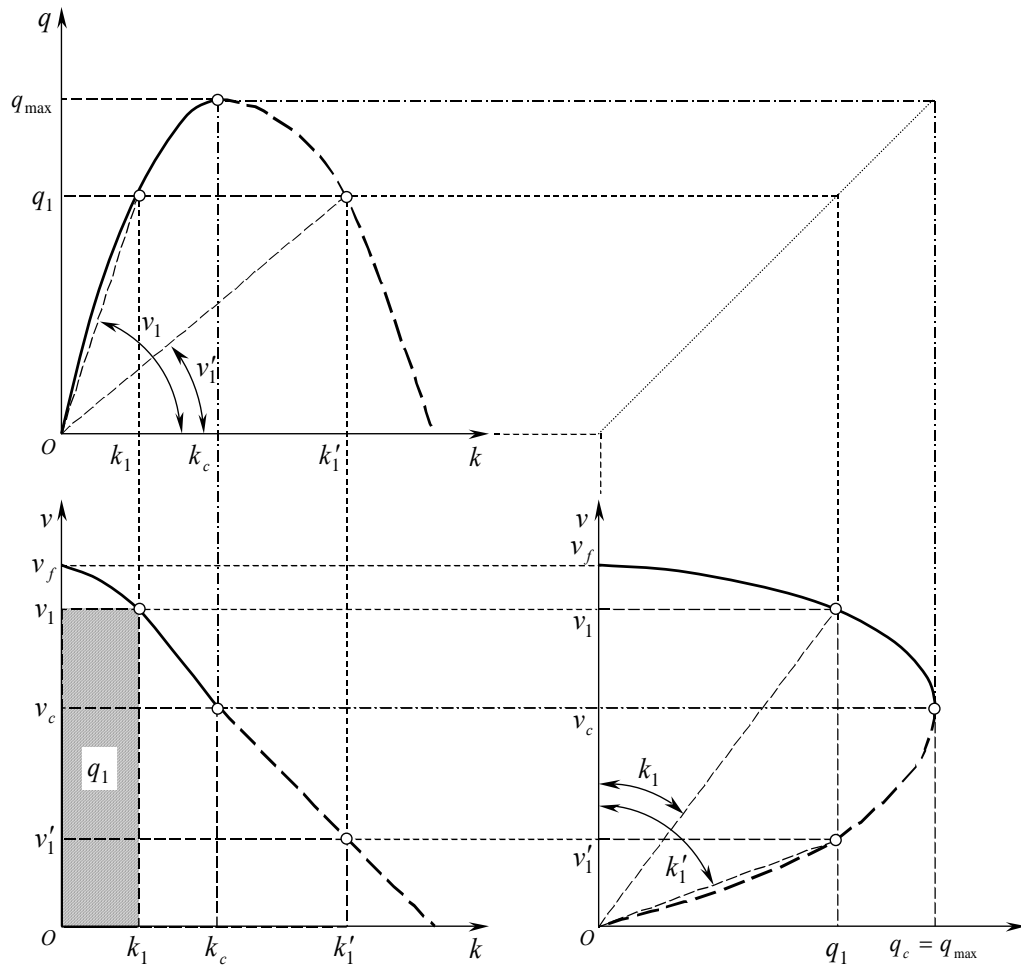


図 5 交通流の特性値

道路が提供するサービス

#### (1) 道路の機能

道路の機能分類は数多く提案されているが大別すると、交通機能、土地利用誘導機能、空間機能の3つに分けられる。

交通機能(*Function of highway*)という、沿道地域への出入のしやすさを表す機能(アクセス機能; *Access function*)と、人・物を目的地までいかに速く、快適に移動させることができるかという機能(トラフィック機能; *Mobility function*)とに分類できる。アクセス機能とは、道路と沿道地域間の出入のしやすさを表す交通機能。道路の機能分類の考え方としてよく用いられ、一般には量が少なく、速度が低く、トリップ長が短いトリップを対象とする道路ほどアクセス機能が要求される。したがって、住宅地域、商業地域内などの道路では、アクセス機能が対道路が必要であり、逆に高速道路、幹線道路など地域間を接続する道路では、アクセス機能を制限しトラフィック機能の高い道路が要求される。

土地利用誘導機能とは、アクセス機能がもたらす間接効果であり、道路特有で他の施設にはない機能である。これは、道路整備がこの機能を解して地域発展(人口増加、商業地開発、産業の発展)につながる機能である。この道路と地域開発の相互作用を的確に評価しておかなければ、交通機能が麻痺してしまうため、道路計画の上で重要な要因の一つである。

空間機能は公共空間を限定された都市部において得に重要な役割を持っている。それは、避難路、火災延焼防止などの遮断空間としての防災空間、採光・通風、遊び場、社交場としての生活環境空間、上下水道、架線、地下鉄、駐車場、共同溝、地下街など公共公益施設の収容空間などがあげられる。

道路の構造上の分類は以下のようになされている(道路構造令)。

##### 1) 主要幹線道路

主として地域生活圏および主要な都市圏域の骨格を構成するとともに地方生活圏相互を連結する道路で、地方部にあっては、トリップ長が長く交通量も多い道路をいい、都市部にあっては交通量が多く、トリップ長が長・中である道路をいう。

##### 2) 幹線道路

地方部にあっては、主として地方生活圏内の二次生活圏の骨格を構成するとともに、主要幹線道路を補完して二次生活圏相互を連結する道路で、トリップ長が比較的長く交通量も比較的多い道路をいう。都市部にあっては、その骨格および近隣住区の外郭となる道路で、トリップ長が中・短で交通量も比較的多い道路をいう。

##### 3) 補助幹線道路

地方部にあっては、主として地方生活圏内の一次生活圏の骨格を構成するとともに、幹線道路を補完して一次生活圏相互を連結する道路をいう。都市部にあっては、近隣住区の骨格を構成する道路をいう。

##### 4) その他の道路

補助幹線道路から各戸口までのアクセス機能を主とした道路でトリップ長、交通量とも小さい道路をいう。

道路に要求される機能とは、人や物の移動を安全、かつ迅速に移動させることにあり、その結果、利用者に快適性を提供することにある。しいては、面的ネットワークを構成し、経済・産業の発展や安定といった大きな役割を担っている。そこで、交通機能の面から道路の設計の基礎となる交通容量の算定の方法について以下に示す。

## (2) 交通容量

道路の設計(車線数, 車道幅や道路施設などの配置など)は交通量を基礎に行われるが, 交通量は道路の利用特性や位置的な条件から常に変動している. 以下に交通量の時間変動の特性を示す.

### 季節変動・月変動

図 6 は月別交通量変化の例を示したものであり, 縦軸は月間係数を表している. この値は, 年間平均交通量を 1.0 としたときの月別交通量の比率である. この図から, 都市部と地方部の交通量は 4 月から 12 月にかけて 1.0 付近の値であり, 変動が少ないことがわかる. しかし, 1 月に一度減少した後, 3 月にかけて増加する傾向がある. 一方, 観光道路については 5, 7, 8, 3 月においては需要が増大している一方でその他の月については年間平均交通量を下回っている. また月間係数は, 最大で 1.4, 最低で 0.8 と変動の幅も大きく, 交通需要の季節があることがわかる.

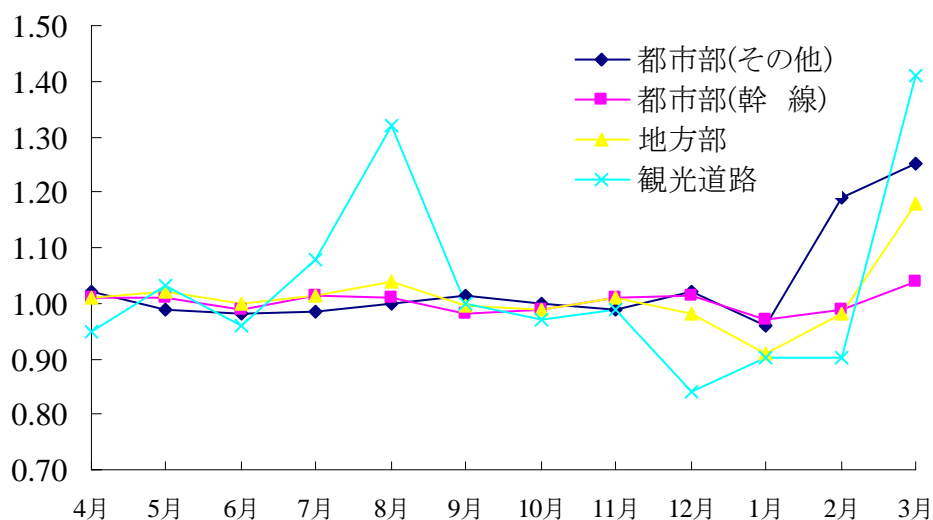


図 6 月別交通量変化の例

### 曜日変動

図 7 は曜日交通量変化の例を示したものであり, 縦軸は曜日係数を表している. この値は, 週平均交通量を 1.0 としたときの曜日交通量の比率である. ここで, 曜日交通量においては土, 日曜日に極端な偏りがある. また, 一般の道路においては週平均交通量と一致するが, 土, 日曜日に減少する. 一方, 観光道路においては土, 日曜日に大きな交通需要が発生しているが, 平日は極端に減っていることがわかる.

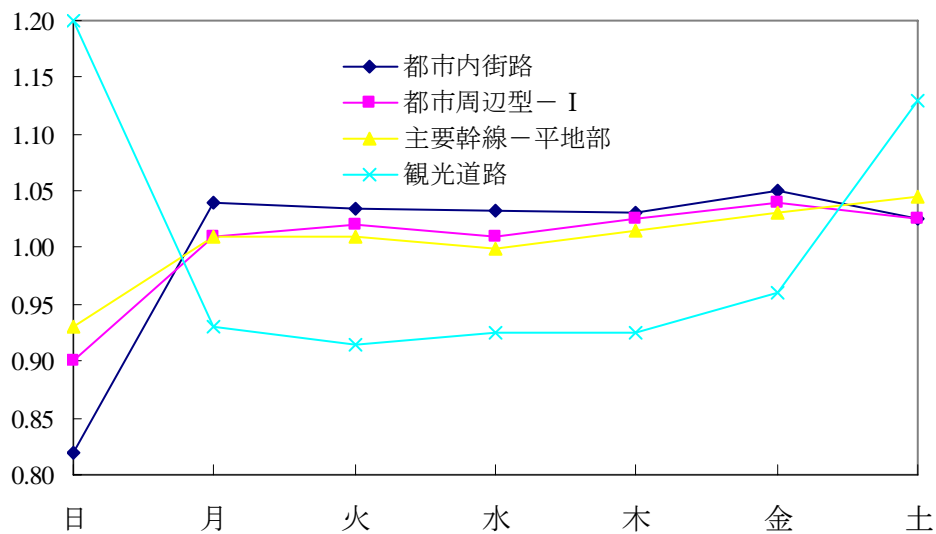


図 7 曜日交通量変化の例

## 24 時間変動

道路は、日常生活活動を支えることが主体の道路から、生活必需品、産業生産物などを運搬することが主体の道路まで多様である。これらの特性は全前者の場合は人間が生活する朝 7 時から夜 7 時までの昼間 12 時間における交通量が多くなり、後者の場合には、夜間 12 時間における交通量が多くなる傾向を持っている。この様な観点から道路の特性を示す指標である昼夜率(=1 日 24 時間の交通量を昼間 12 時間交通量で割った値)を表 4.1 に示した。

表 1 昼夜率

道路の種類	沿道状況別			
	市街地	平地	山地	平均
一般国道 (直轄)	1.37	1.33	1.37	1.35
一般国道 (その他)	1.34	1.26	1.25	1.29
一般国道計	1.36	1.31	1.34	1.34
主要地方道	1.34	1.25	1.28	1.30
一般地方道	1.32	1.27	1.26	1.29

道路計画においては、交通需要に対してその道路に必要な機能とサービス水準(移動時間)を決定し、道路の規格を算定する。道路の規格はその道路条件に応じた通行可能な交通量によって決まるが、この通行可能な交通量を交通容量という。交通容量(Capacity)とは、与えられた道路条件、交通条件のもとで、ある一定時間内に車線または車道のある断面もしくは一様な区間を通過することが期待できる車両または歩行者の最大数と定義される。通常は 1 時間あたりで表す。

前述したように、ある道路を走行する交通量が増加すれば、交通密度の増加にともない、走行速度は減少する。交通容量とは道路条件を表す指標であり、交通容量が大きいほど交通条件は良くなり、サービス水準は上昇する。そのため、大きな交通量が通過しても一定の走行速度が確保される。そのため、交通計画においては交通需要が推計されると、その需要に一定のサービス水準を提供できる交通容量を算定し、道路の構造を決定する。



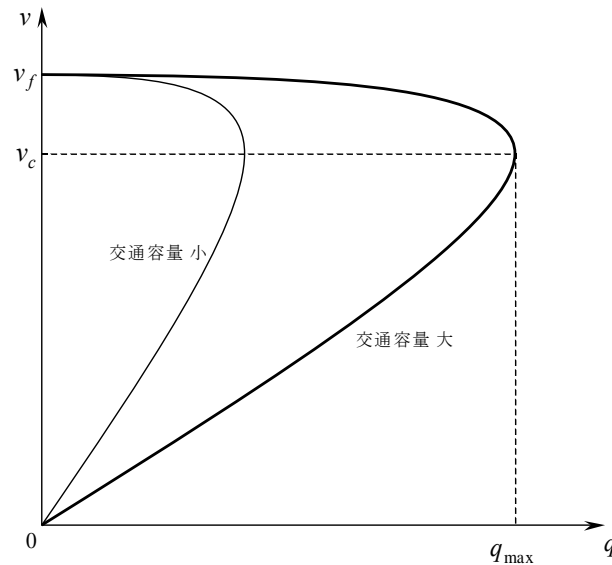


図 8 交通容量と  $q$ - $v$  関係

### (3) 設計交通容量

わが国では、道路および交通条件や、交通容量の使われ方により、基本交通容量、可能交通容量、設計交通容量の 3 つに分けて用いられている。

#### 1) 基本交通容量 (*Basic capacity*)

理想的な道路条件、交通条件のもとで、1 時間に車線または車道 (2 方向二車線道路では両方向) の 1 断面を通過しうる乗用車の最大数として定義される。理想的な道路および交通条件とは、理想的な道路

1. 車線の幅員が交通容量に影響を与えない (3.5m 以上あること)
2. 路側にある障害物までの距離が、車両の速度に影響を与えない (側方余裕が 1.7m 以上あること)
3. 道路線形 (縦断勾配、横断勾配、視距など) が速度の影響を与えない

理想的な交通条件

1. 交通流は乗用車のみからなる (大型車、原動機付き二輪車、自転車、歩行者などは含まない)
2. 速度制限が無い

という状態である。

この様に、基本交通容量は、必ずしも現実の状況下における交通量ではない。このような状況における交通状態における交通流の観測は困難であるが、近似的など条件を持つ既存道路での観測結果から、以下のような基本交通容量が与えられている。

多車線  $2,200 \times \text{車線数 (pcu/h)}$   
 2 方向 2 車線 (往復合計)  $2,500 \text{ (pcu/h)}$

#### 2) 可能交通容量 (*Possible capacity*)

実際の道路および交通条件のもとで、1 時間に車線または車道の 1 断面を通過しうる車両の最大

数をさす。これは、実際の道路交通において交通容量低下をもたらす幅員や側方余裕、沿道状況、勾配などの種々の要因を考慮した補正係数を、基本交通容量に乘じることにより算出される。

可能交通容量  $C_p$  の算定式は、以下のようになる。

$$C_p = C_b \times \gamma_l \times \gamma_c \times \gamma_t \times \gamma_i$$

ここに、 $C_p$  : 可能交通容量

$C_b$  : 基本交通容量

$\gamma_l$  : 車道幅員による補正

$\gamma_c$  : 側方余裕による補正

$\gamma_t$  : 大型車による補正

$\gamma_i$  : 沿道条件による補正

### 3) 設計交通容量 (Design capacity)

道路の設計に用いる交通容量であり、その道路に要求されるサービスの程度 (計画水準) に応じた低減率を可能交通容量に乘じることにより求められる。計画水準 (Level of service) とは、計画・設計された施設などが目標年次に提供すべきサービスの程度を示す指標である。道路計画の場合、わが国では当該道路の性格・重要度などに応じて、混雑度の相違により 3 つのランクが設定されている。

計画水準 1—計画目標年次で年間最大ピーク時間交通量 (1 番目交通量) が可能交通容量を越えない。

計画水準 2—計画目標年次で年間 10 時間程度、ピーク時間交通量が可能交通容量を超える。

計画水準 3—計画目標年次で年間 30 時間程度、ピーク時間交通量が可能交通容量を超える。

単路部における低減率には、交通量—交通容量比  $\gamma_p (= V/C)$  が用いられ、表 4.7 に示す。計画水準 1 の値は年間の時間交通量の変動特性から、(30 番目時間交通量) / (1 番目時間交通量) の全国的な平均値である地方部道路=0.75、都市部道路=0.80 に由来している。つまり、30 番目時間交通量をどの水準で通過させるかによって目標を達成させる。

表 2 道路の計画水準

計画水準	通 減 率	
	地方部	都市部
1	0.75	0.80
2	0.85	0.90
3	1.00	1.00

この  $\gamma_p$  の値を用いて、設計交通量は以下の式より算定する。

$$C_d = C_p \times \gamma_p$$

ここに、 $C_d$  : 設計交通容量

$C_p$  : 可能交通容量

$\gamma_p$  : 交通量—交通容量比

この様に設計交通容量の算出は、計画水準ごとに設定された混雑度の最大値を可能交通容量に乘じて求める。では、求められた設計交通容量はどのような交通状況にあるかを説明する。図 9 は横軸に交通量—交通容量比 ( $V/C$ )、縦軸に速度  $v$  をおいたものである。横軸は交通量を交通容量という定数で序したものであるため、図は  $q-v$  関係と同様なものとなる。このとき、 $\gamma_p=1.0$  は最大交通量

が流れている状態であるため、実線部は自由流域、点線部が渋滞流域である。

いま、計画水準 1 で設計交通容量を設定する。すると、

$$C_d = C_p \times \gamma_p^{Level1} = (30 \text{ 番目時間交通量})$$

となる。このとき、30 番目時間交通量は図中の計画水準 1 で走行が可能となる。一方、 $\gamma_p^{Level1} = (30 \text{ 番目時間交通量}) / (1 \text{ 番目時間交通量})$  であるから、 $C = (1 \text{ 番目時間交通量})$  となる。すなわち、可能交通量で 1 番目時間交通量を通過させることができることから、計画水準 1 が達成できる。また、設計水準 3 を考える。この場合、

$$C_d = C_p \times \gamma_p^{Level3} = C_p = (30 \text{ 番目時間交通量})$$

つまり、30 番目時間交通量が可能交通量であり、年間 30 時間程度、ピーク時間交通量が可能交通容量を超える(計画水準 3)。なお、計画水準 3 は原則として使用しない。

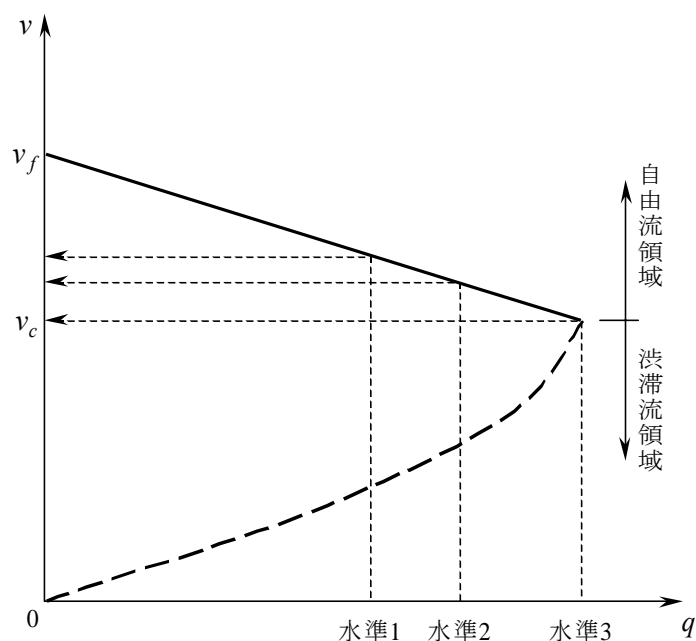


図 9 計画水準

以上のように、30 番目交通量を可能交通容量のどの水準で通過させるかによって計画水準の達成を考えている。水準 1 では可能交通容量が 1 番目時間交通量となるため、1 年間にわたる各 1 時間毎の最大交通量を臨界速度で走行させることが出来る。また、水準 3 では可能交通容量が 30 番目時間交通量となるため、それよりも大きな交通需要(1～29 番目時間交通量)が発生したとき、渋滞することになる。

## 冬季道路の交通容量

近年の整備効果は費用対効果による評価が主流である。この手法は、便益を貨幣価値で計測するため、選好順序の明確化、統一的な価値基準、費用との比較が容易など合理的な評価方法であると考えられる。しかし、評価方法は本州での適用を前提においており、積雪寒冷地においてそのまま適用すれば整備効果が無いという評価になる。特に、冬期道路管理の評価においては、除雪自体が構造物として何も残らない一方で費用ばかりがかかるため、投資の是非が議論される場合がある。これは、外部環境の変化による交通への影響が把握できず、冬期交通の状況を特定できないため、冬期道路の損失の計測、評価が成されていないためと考えている。そこで本研究では、冬期の自動車交通状況の定量化を試みる。雪害を分類すると、以下の表のようにまとめられる。

表3 雪害の分類

	雪害の種類	雪害の内容
直接的雪害	雪崩	表層雪崩、全層雪崩による家屋の損壊、道路の途絶
	吹雪、地吹雪	視界の妨げによって起こる交通障害
	融雪洪水	融雪洪水が発生し、床上・床下浸水
	森林	枝折れ、根曲り現象による木材の品質低下
	屋根雪	積雪荷重による屋根の損壊・倒壊
	電線着雪	着雪が送電線などの架空線に成長した場合、その重量による送電線の切断
	道路安全施設	除雪の雪堤のため埋もれてしまい、除雪車による破損、雪の沈降力による転倒・沈降
	路面の凍結、圧雪	タイヤと雪氷路面のすべり摩擦係数が低下し、スリップすることによる発進、登板不可能による交通障害、悪質な放置車両、制動停止距離の増大等による人身事故、渋滞による交通流の遅延化、経済流動物資の輸送への影響
間接的雪害	凍上	凍上力による道路、鉄道、建築物等の破壊
	融雪時の土砂害	融雪期に融雪水の浸透による地すべり、山崩れ
	舗装の磨耗	スパイクタイヤ、チェーンによる磨耗、粉塵(スタットレス化により解消)
	運輸交渉の遅延	渋滞による交通流の遅延化による物流の時間・経費の増大
	物価、人件費の高騰	物流の時間の増大にともなう物価、人件費の増大

本研究が対象とする冬季道路の交通容量は、冬季の交通環境が交通に与える影響を分析するものである。そのため降雪・積雪が、道路構造に与える影響、路面状況に与える影響、走行環境に与える影響、ドライバーの心理状況に与える影響を考慮した走行速度への影響と考えられる。

道路構造に与える影響…除雪による路側帯、車道復員の減少、道路標識の見づらさ

路面状況に与える影響…路面の凍結・圧雪・わだち掘れによる制動距離の延長、走行速度の低下、車間距離の増大

走行環境に与える影響…降雪、吹雪・地吹雪による視界の悪化、視程の減少

心理状況に与える影響…冬道の走行に対するストレス、疲労

## 雪道の分類

雪は新雪から少しずつ変化する。地ふぶきや非常に寒い地方では車の通過により路上の新雪はこな雪へと変化して車の通過後雪煙となって舞い上がる。交通量の多いときはタイヤからの熱や圧力で雪粒は大きくなり、車の通過によっても舞い上がらなくなる。これがつぶ雪(ざらめ雪)で凍結防止剤散布後にも出来る。こな雪は車の走行や除雪作業により押し詰められ圧雪になり、圧雪が水分を含むと氷板になりやすい。

雪の状態が作業効率に大きく影響する。雪が重ければスリップしやすく、粉雪はフロントガラスに付着し、ざらめ雪は車輻に負担が掛かる。また、特に冷え込みが激しい日は圧雪になりやすい。

表 4 路面分類

名称	特徴	雪粒状態	密度( $g/cm^3$ )	硬度( $kg/cm^2$ )
新雪	降ってすぐの雪。	降雪雪片	0.1 前後	—
こなゆき	(粉状)車の通過後舞い上がる。舗装面に沿う地ふぶき。	粒径 $0.05\sim0.3mm$ の相互につながりのない粒	$0.27\sim0.41$	—
つぶゆき (ざらめ雪)	(粒状)舞い上がらない。熱変態、機械的攪拌、化学処理でできる。	粒径 $0.3\text{ mm}$ 以上の相互につながりのない丸い粒	$0.28\sim0.50$	—
圧雪	(板状)おしつめられた雪。表面に光沢がなく白っぽい状態。	粒径 $0.05\sim0.3\text{ mm}$ の雪粒が相互に網目をなしつつつながり合う	$0.45\sim0.75$	$20\sim170$
氷板	(板状)圧雪に水が浸透して凍ったもの、厚さ $1\text{ mm}$ 以上。	粒径 $0.5\sim2\text{ mm}$ の多結晶氷で直径 $0.1\sim0.5\text{ mm}$ の気泡を含む	0.75 以上	$90\sim300$
氷膜	(膜状)水の膜が凍ったもの、厚さ $1\text{ mm}$ 以下。表面に光沢がなく黒っぽい色のもの。	粒径 $0.1\sim0.4\text{ mm}$ の多結晶氷で直径 $0.01\sim0.1\text{ mm}$ の気泡を含む	—	—
水べたゆき (シャーベット)	(液状)雪がとけたもの、車の通過ではね上がる。	粒径 $1\text{ mm}$ 以上の相互につながりのない粒	$0.8\sim0.96$	—

他にも、「氷板」「氷膜」の上を、降雪や地吹雪によって「つぶ雪」が覆った状態があり、2 層構造で、下層に凍結が残っている感じのものを、つぶ雪下層氷板といい、2 層構造で、路面の雪は融けていないものを、こな雪下層氷板という。また、表面が黒っぽい色で光沢のある氷板・氷膜や、表面が白っぽい色で光沢のある圧雪は、非常に滑りやすい。



こなゆき



こなゆき下層氷板



つぶゆき



つぶゆき下層氷板



圧雪



非常に滑りやすい圧雪



氷板



非常に滑りやすい氷板氷膜



氷膜



非常に滑りやすい氷膜



シャーベット

写真 1 路面状況

冬季道路の問題点

## 実測データからの容量推計

実測データは、常時観測機による観測で、今回利用するデータとして 1 時間あたりの交通量と平均速度を用いる。

前回までの検討では、交通量と速度を最小二乗法により近似していた。しかし、 $q$ - $v$  曲線は 2 値関数形であり、非説明変数の残差最小を考えると、適合性が悪い、または説明力が乏しいことが問題点として挙がってきた。そこで、今回は  $v$ - $k$  曲線の推計から必要なパラメータを推計し、 $q$ - $v$  曲線を検討した。

リンク上での(空間平均)速度  $v(km/h)$  と交通量  $q(pcu/h)$ 、密度  $k(pcu/km)$  の間には、

$$q = k \cdot v$$

なる関係がある。ここで、 $pcu$  は *passenger car unit* の略で、大型車などの乗用車以外の車両 1 台を自動車交通量に換算した自動車換算交通量である。また、速度  $v$  と密度  $k$  には

$$v = v_f \left\{ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^{l-1} \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

なる関係がある。ここで、 $v_f$  はゼロフロー時の速度(自由速度)、 $k_j$  は速度がゼロのときの密度(飽和密度)である。これらの関係より、速度  $v$  と交通量  $x$  の間に以下の関係が得られる。

$$v - v_f \left\{ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^{l-1} \right\}^{\frac{1}{1-m}} = 0 = v - v_f \left\{ 1 - \left( \frac{1}{k_j} \frac{q}{v} \right)^{l-1} \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

$$v = v_f \left\{ 1 - \left( \frac{1}{k_j} \frac{q}{v} \right)^{l-1} \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

$$\left( \frac{v}{v_f} \right)^{(1-m)} = 1 - \left( \frac{1}{k_j} \frac{q}{v} \right)^{l-1}$$

$$\left( \frac{1}{k_j} \frac{q}{v} \right)^{l-1} = 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^{(1-m)}$$

$$\frac{1}{k_j} \frac{q}{v} = \left\{ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^{(1-m)} \right\}^{\frac{1}{l-1}}$$

$$q = k_j v \left\{ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^{(1-m)} \right\}^{\frac{1}{l-1}}$$

という、 $q$ - $v$  曲線の一般形が得られる。ここで、 $m=0$ ,  $l=3$  とすると、

$$q = k_j v \left( 1 - \frac{v}{v_f} \right)^{\frac{1}{2}} = k_j v \sqrt{1 - \frac{v}{v_f}} = \sqrt{k_j^2 \left( v^2 - \frac{v^3}{v_f} \right)}$$

となる。

本分析では、 $k$ - $v$  曲線の一般式

$$v = v_f \left\{ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^{l-1} \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

において、非線形最小二乗により、以下の  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を推計することになる.

$$y = a \left\{ 1 - \left( \frac{x}{k_j} \right)^b \right\}^c$$

ここで、 $a = v_f$ ,  $b = l - 1$ ,  $c = \frac{1}{1-m}$

したがって、推計したパラメータから  $k$ - $v$  曲線を算出するには、

$$q = k_j v_f \left\{ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^{(1-m)} \right\}^{\frac{1}{l-1}} = k_j v_f \left\{ 1 - \left( \frac{v}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \right\}^{\frac{1}{b}}$$

となる.

#### 非線形最小 2 乗法

最小 2 乗法とは、 $n$  個の未知パラメータ  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  に関する  $m$  個 ( $m \geq n$ ) の実関数  $f = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$

$$f_i \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (1)$$

に対して、これらの 2 乗和(残差 2 乗和)

$$S(x) = \frac{1}{2} \sum_i f_i^2(x) = \frac{1}{2} \|f(x)\|_2^2 \quad (2)$$

を最小にする解  $x^*$  を求めることである. ここでは、関数  $f$  がパラメータ  $x$  に関して非線形である場合について考える.

非線形最小 2 乗法においては、関数  $f_i(x)$  の形は実際の問題ごとにさまざまであり、2 乗和  $S(x)$  は  $n$  次元のパラメータ空間において複雑なふるまいをし、多数の極小点を持っている場合がある. このとき、全パラメータ空間における  $S(x)$  のふるまいを知り、大域的な最小解を求めることは大変難しい. 実用的に使われている解法はすべて、ある初期推定パラメータの近傍における  $S(x)$  の極小解を求めるものである. すなわち、何らかの方法で推定したパラメータ初期値  $x^{(0)}$  を出発点として、 $S(x)$  を小さくする方向に反復改良して、 $S(x)$  を極小にする解  $x^*$  を求める.

2 乗和  $S(x)$  が、 $x^*$  において極小となるためには、その 1 次微分が 0 となる必要がある.

$$\frac{\partial S(x)}{\partial x_j} = \sum_i \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} f_i(x) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

すなわち、ベクトルと行列の形式で書けば、ヤコビアン行列  $J(x) = [\partial f_i(x) / \partial x_j]$  を使って、

$$\nabla S(x) = J^T(x) f(x) = 0 \quad (4)$$



である。この条件は、 $f_i(x)$  が線形の場合には正規方程式の形で書けるが、ここでは  $n$  元の連立非線形方程式である。また、(3)式を満たす  $x_j$  は  $S(x)$  の停留点であるが、それが極小点であるためには、 $S(x)$  の 2 次微分行列(ヘシアン行列)が非負正定値行列でなければならない。

関数  $S(x)$  の 2 次微分は次のように書ける。

$$\frac{\partial^2 S(x)}{\partial x_j \partial x_{j'}} = \sum_i \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_{j'}} + \sum_i \frac{\partial^2 f_i(x)}{\partial x_j \partial x_{j'}} f_i(x) \quad (j, j' = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

$$\nabla^2 S(x) = J^T(x)J(x) + \sum_i f_i(x) \nabla^2 f_i(x) \quad (6)$$

この第 2 項が関数  $f_i(x)$  の非線形性(2 次微分)から生じる項である。

非線形最小 2 乗法のアルゴリズムはすべて、本質的には(3)式の連立非線形方程式を解くことになる。連立非線形方程式の常法であるニュートン・ラフソン(Newton-Raphson)法を(3)式に適用すると、 $k$  番目の近似値  $x^{(k)}$  に対する修正値  $\Delta x^{(k)}$  は、

$$\sum_{j'} \frac{\partial}{\partial x_{j'}} \left( \frac{\partial S(x^{(k)})}{\partial x_j} \right) \Delta x_{j'}^{(k)} = - \frac{\partial S(x^{(k)})}{\partial x_j} \quad (j' = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$\nabla^2 S(x^{(k)}) = -\nabla S(x^{(k)})$$

すなわち、

$$\{J^T(x^{(k)})J(x^{(k)}) + \sum_i f_i(x^{(k)}) \nabla^2 f_i(x^{(k)})\} \Delta x^{(k)} = -J^T(x^{(k)})f(x^{(k)}) \quad (8)$$

を連立 1 次方程式として解いて求められる。この方法では、適切な初期値  $x^{(0)}$  から出発すると、

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \quad (9)$$

により反復改良して、解  $x^*$  に収束する。

ニュートン・ラフソン法は、解  $x^*$  の近傍では収束が早いけれども、2 次微分  $\nabla^2 f_i(x)$  を毎回計算する必要があり、また収束領域が小さいことが多いので実用的ではない。そこで、ニュートン・ラフソン法を基礎としつつ、もっと簡単に計算できて、もっと安定に収束するような解法が求められ、多くの非線形最小 2 乗解法が研究されている。

その中で、最も簡単な方法が、ガウス・ニュートン(Gauss-Newton)法であり、(8)式で 2 次微分の項  $\nabla^2 f_i(x)$  を無視するものである。すなわち、

$$J^T(x^{(k)})J(x^{(k)})\Delta x^{(k)} = -J^T(x^{(k)})f(x^{(k)}) \quad (10)$$

を解く。この式は、線形最小 2 乗法における正規方程式

$$J^T Jx = -J^T y \quad (11)$$

と基本的に同じであり、次の置き換えをしているにすぎない。

$$\begin{aligned}
J &\leftrightarrow J(x^{(k)}) \\
x &\leftrightarrow \Delta x^{(k)} = x^{(k+1)} - x^{(k)} \\
y &\leftrightarrow \Delta y^{(k)} = 0 - f(x^{(k)})
\end{aligned} \tag{12}$$

ガウス・ニュートン法は線形最小 2 乗法から非線形問題に拡張した方法として理論的に簡明であり、従来広く使われてきた。しかしこの方法は、非線形性が大きいときや残差  $f_i(x^*)$  が大きいときには、解が収束せずに発散しやすい。

ガウス・ニュートン法を改良する一つの方法として、(10)式から得た  $\Delta x^{(k)}$  をそのまま加えず、縮小因子  $\alpha^{(k)}$  ( $0 < \alpha^{(k)} < 1$ ) を用いて、

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} \Delta x^{(k)} \tag{13}$$

として、パラメータを更新する方法がある。ここで、 $\alpha^{(k)}$  は、 $S(x^{(k+1)})$  が  $S(x^{(k)})$  より減少するように調節する。

さらに、ガウス・ニュートン法を改良するもう一つの方法として、レーベンベルグ・マルカート (Levenberg-Marquardt) の方法がある。これは、(10)式の左辺の対角項に付加項を加えて、

$$\{J^T(x^{(k)})J(x^{(k)}) + \lambda^{(k)}D^{(k)}\}\Delta x^{(k)} = -J^T(x^{(k)})f(x^{(k)}) \tag{14}$$

を解くものである。 $D^{(k)}$  は適当に選択した対角行列(たとえば単位行列  $I$ )であり、因子  $\lambda^{(k)}$  を調節して収束の安定化を図る。もし  $\lambda^{(k)}$  を極めて大きくすれば、 $D^{(k)} = I$  のとき、(14)式の解は実質的に

$$\begin{aligned}
\Delta x^{(k)} &\approx -(1/\lambda^{(k)})J^T(x^{(k)})f(x^{(k)}) \\
&= -(1/\lambda^{(k)})\nabla S(x^{(k)})
\end{aligned} \tag{15}$$

となる。これは、2 乗和関数  $S(x)$  の  $x^{(k)}$  における最急降下方向  $-\{\nabla S(x^{(k)})\}$  を向いていて、その大きさを  $1/\lambda^{(k)}$  になるようにしたものと解釈できる。このレーベンベルグ・マルカート法は、比較的簡単で性能がよい。

非線形性がさらに大きい場合にも適用できるように解法の研究が進んでおり、準ニュートン (quasi-Newton) 法と総称される解法群が近年注目されている。この方法では、反復改良の過程で計算される  $f(x^{(k)})$ 、 $J(x^{(k)})$  の値の系列を用いて、2 次微分  $\nabla^2 S(x^*)$  ((6)式)を推定しようとする。もし、関数  $S(x)$  が十分滑らかであれば、パラメータ  $x$  の微小な変化  $x \rightarrow x'$  に対して、次の近似関係が一般的に成り立つ。

$$\nabla^2 S(x')(x'-x) = \nabla S(x') - \nabla S(x) \tag{16}$$

そこで、 $\nabla^2 S(x)$  の適当な近似行列  $H^{(0)}$  から出発し、新しいパラメータ値  $x^{(k)}$  での 1 次微分

$\nabla^2 S(\mathbf{x}^{(k)})$  が得られる度に、行列  $H^{(k)}$  を更新して、

$$H^{(k)} = H^{(k-1)} + \Delta H^{(k)} \quad (17)$$

$$H^{(k)}(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}) = \nabla S(\mathbf{x}^{(k)}) - \nabla S(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (18)$$

を満たすように  $H^{(k)}$  を求める。このための更新公式にもいろいろな方法がある。

また、準ニュートン法にはいろいろな変種があり、 $S(\mathbf{x})$  の 2 次微分に関連するどのような量を推定・更新しようとするかによって、次のように分類される。

(1)  $\nabla^2 S(\mathbf{x})$  全体を推定・更新する方法

(2)  $\nabla^2 S(\mathbf{x})$  の逆行列を推定・更新する方法

(3)  $\nabla^2 S(\mathbf{x})$  の中の  $\sum_i f_i(\mathbf{x}) \nabla^2 f_i(\mathbf{x})$  だけを推定・更新する方法

田辺は、これらのアルゴリズムを整理し比較テストした結果、(3)の方法を推奨している。

以上に述べた方法の他に、2 乗和関数  $F(\mathbf{x})$  に対して、一般の非線形関数の最小化の手法をそのまま用いる方法もあるが、2 乗和の形を考慮した上記の諸方法に比べると収束の速さや安定性などで劣っており、推奨できない。

さて、以上で非線形最小 2 乗法の諸解法の概要を説明したわけであるが、これらに共通する注意事項をここに述べておきたい。

(1) 非線形問題の反復解法においては、適当な初期値  $\mathbf{x}^{(0)}$  を推定することが大事である。初期値によっては、収束せずに発散する場合、望んでいる最小解(極小解)とは別の極小解に収束する場合などがある。初期値の推定には、適用しようとする応用分野での知識を適切に使う必要がある。複数の離れた初期値から出発して収束値を比較することも有効である。

(2) 非線形最小 2 乗解法では、反復改良の途上において、非線形性のためあるいは数値的な誤差のために連立 1 次方程式が悪条件になり、ランク落ちを生じることがある。この場合の対策をアルゴリズムの中に組み込んでおかないと、パラメータの変化量  $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  がでたらめに大きくなり、発散する。線形解法でランク落ちを判定して最小 2 乗最小ノルム解を用いる方法、レーベンベルグ・マルカート法のように対角付加項を加えてランク落ちを防ぐ方法、また、田辺の準ニュートン法で採用している不完全コレスキー(Cholesky)法などがある。

(3) パラメータ  $\mathbf{x}^{(k)}$  を更新する際に、上記連立方程式の解  $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  をそのまま用いることもあるが、(13) 式のように、 $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  の方向で適当なスケール因子  $\alpha^{(k)}$  を見いだし、 $S(\mathbf{x}^{(k-1)})$  が確実に減少するようにすることも多い。田辺の準ニュートン法では、 $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$  の方向の直線上に探索して、関数値  $S(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha^{(k)} \Delta \mathbf{x}^{(k)})$  が極小になる点を近似的に求めている。

(4) 非線形最小 2 乗解法の多くは、ヤコビアン行列  $J(\mathbf{x})$  を用いる。任意のパラメータ値  $\mathbf{x}$  において、

導関数  $\partial f_i(\mathbf{x}) / \partial x_j$  からヤコビアン行列を計算できるようにしておくことが望ましい。計算のプログ

ラムの作成が困難な場合には、数値微分によってヤコビアン行列を計算して使ってもよい。ただし、この場合には計算誤差が大きくなるため、線形計算でのランク落ちの判定や収束の判定などの条件を緩くする必要がある。

- (5) 非線形最小 2 乗解法を設計する上で難しいのは、次の 3 種の判定条件を適切に設定することである。すなわち、①うまく収束するように  $\Delta x^{(k)}$  や  $\alpha^{(k)}$  を求めるための条件(この条件を満たすまで  $\Delta x^{(k)}$  や  $\alpha^{(k)}$  を求め直す)、②収束したと判定して計算を打ち切るための条件、および③解法がうまく進まなくなった(収束せずに発散・振動・停滞などの困難に陥っている)ことを判定して計算を打ち切るための条件の 3 種である。これらは常に数値計算の誤差のぎりぎりのところでの判定が求められており、極めて多様で複雑な非線形モデル関数  $f_i(x)$  に対して汎用的な判定条件を設定することは大変むずかしい。特に、(3)式を満たす  $x^*$  は  $S(x)$  の停留点ではあっても、必ずしも極小点でない(鞍点や変曲点)ことがあり、そのような場合にも対応できるように考えなければならない。

①の条件には各解法に固有のものもあるが、一般的には、(i)  $\Delta x^{(k)}$  の向きが谷向き ( $-\nabla S(x)$ ) の成分をもっていること、(ii) 2 乗和関数の値  $S(x^{(k+1)})$  が前サイクルでの値  $S(x^{(k)})$  よりも減少していること、の 2 条件があげられる。

②の収束判定条件には、①の条件を満たせなくなった上で、(iii) 残差  $|f_i(x)|$  が(その計算誤差に比べて)十分小さいこと、(iv) 残差ベクトル  $f(x^{(k)})$  とヤコビアン行列の列ベクトル

$\partial f(x^{(k)})/\partial x_j$  とがすべてのパラメータ  $x_j (j=1,2,\dots,n)$  について十分直交していること、(v)パラ

メータの変化の大きさ  $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|$  が(パラメータの大きさ  $\|x^{(k)}\|$  または 1 に比べて)十分小さいこ

と、などの条件が挙げられる。③の打ち切り条件としては、①を満たさず、②も満たさない場合が基本である。ただし、実際には、これらの条件で峻別するような解法を作ることは困難であり、いくつかの緩い条件を組み合わせ、何回か失敗したら打ち切りとする。また、ユーザがあらかじめ反復改良回数やモデル関数評価回数の上限を指定しておき、それを超過すると計算を打ち切ることも必要である。

## 計算例

次に、実測データを用いた推計結果を説明する。

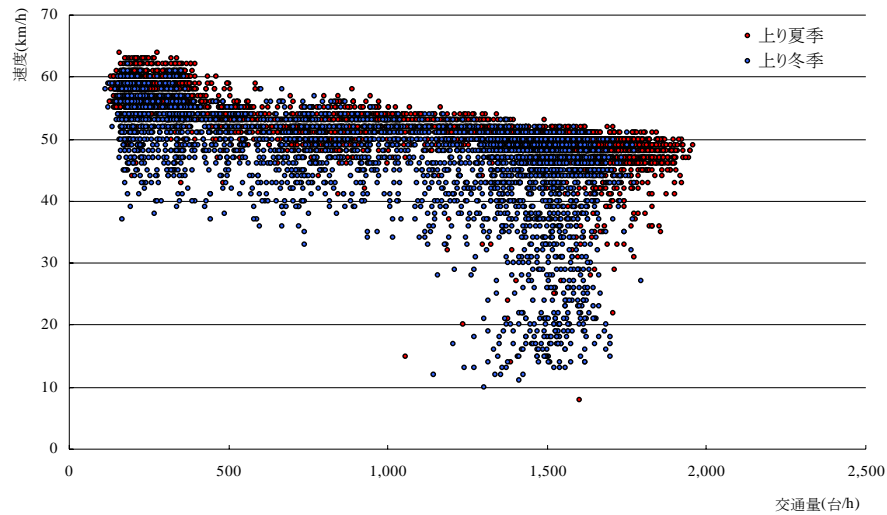


図 10  $q$ - $v$  相関

交通量と速度の関係は上のようになる。夏季では、速度が 60km/h から 40km/h にかけて、速度が減少するにしたがって交通量が増加する傾向にあり、まだ容量に達していないように見える一方、冬季については、密度が高く、速度が低下する点が現れている。次に、実測の交通量  $q$  を速度  $v$  で割り交通密度  $k$  を算出し、 $v$ - $k$  曲線を作成した。

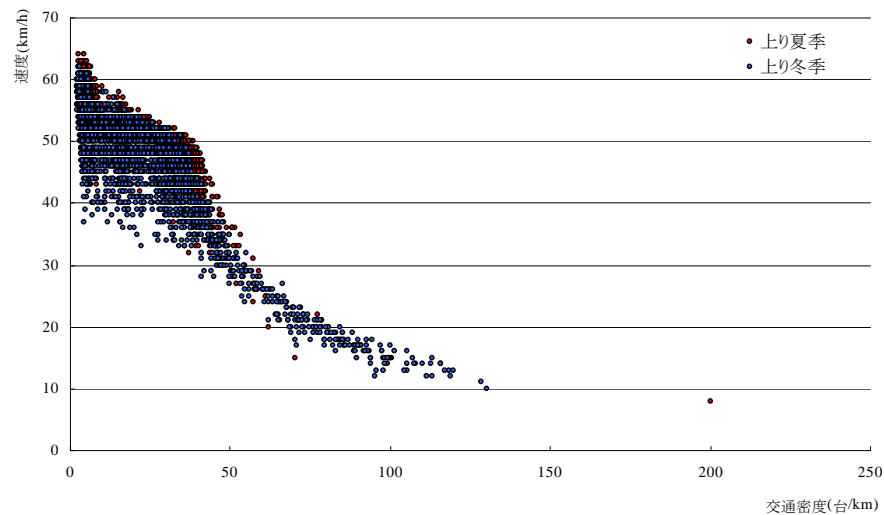


図 11  $k$ - $v$  相関

この曲線について、 $k$ - $v$  曲線

$$y = a \left\{ 1 - \left( \frac{x}{k_j} \right)^b \right\}^c$$

の最小二乗法を適用し、パラメータの推計を行った。

表 5 推計結果

	車線数	$k_j$	$v_f$	$l-1$	$1/(1-m)$	相関
夏季	3車線	180	57.772	1.1881	1.2771	0.8651
冬季			53.646	1.6939	3.5381	0.898
	$l$	$m$	$v_0$	$C_a$		
夏季	2.1881	0.217	30.26	2,504.6		
冬季	2.6939	0.7174	31.08	1,774.3		

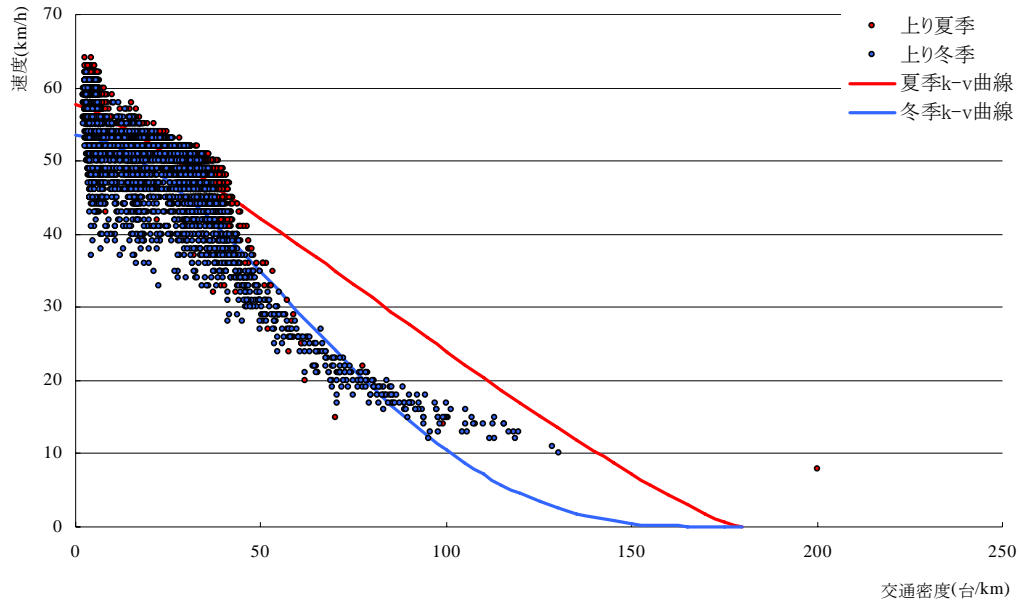


図 12  $k$ - $v$  曲線推計結果

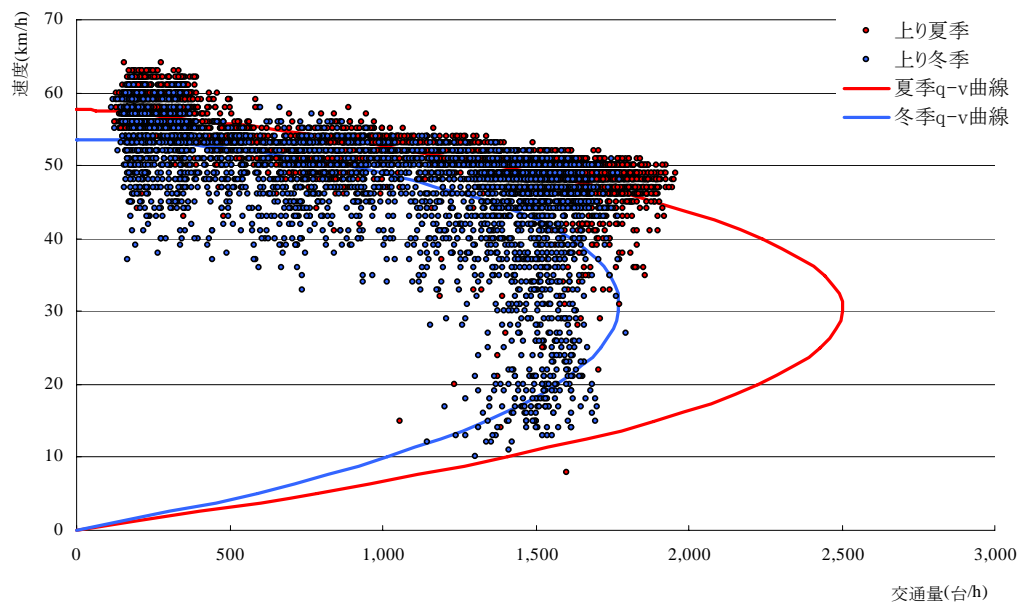


図 13  $q$ - $v$  曲線推計結果

推計値は、 $v_f$ 、 $l-1$ 、 $1/(1-m)$ の3変数である。ここで、 $k_f$ は180とした。この理由として、通常1車線で120が通常使われており、この値に起因している。ただ、3車線であるから360になるとかが得られるが、信号がある路線であるため、1サイクルの青赤比が50%と仮定し、180とした。推計結果より $1/(l-1)$ 、 $m-1$ を計算し、 $q-v$ 曲線を求めた結果が以下である。道路容量に相当する $q_{\max}$ は、夏季、冬季それぞれ2,504と1,774であり、冬季は夏季の71%と29%低下することになる。